Korrelative Beziehungen zwischen elementaren Vergleichsleistungen

Ein Beitrag
zur psychologischen Korrelationsforschung

Inaugural-Dissertation

zur Erlangung der Doktorwürde

der Hohen Philosophischen
Fakultät der Universität Leipzig

ACAD.
LUGD.BAT.
BIBL.

vorgelegt von

Hermann Damm
aus Elsterberg

LEIPZIG.
Verlag von Johann Ambrosius Barth.
1914.

Diese Abhandlung bildet zugleich
Beiheft 9 zur „Zeitschrift für angewandte Psychologie“,
herausgegeben von William Stern und Otto Lipmann,
Verlag von Johann Ambrosius Barth.

Angenommen von der II. Sektion auf Grund der Gutachten der Herren Brahn und Wundt.

Leipzig, den 3. März 1914. Der Procancellar:
Kirchner.

Inhalt.

Seite

Einleitung 1

Über die Stellung der Korrelationsforschung innerhalb der psychologischen Wissenschaft. — Geschichtliches. — Problemstellung.

1. Die Versuche 6

a) Grundsätzliches 6
b) Die Versuchsanordnung 7
c) Die Ausführung der Versuche 12

2. Die Versuchspersonen 14

a) Grundsätzliches 14
b) Stand, Nationalität und Alter der Vpn. 14
c) Die Instruktion 14

3. Die mathematische Behandlung der Resultate 16

a) Die Wirth-Spearmanschen Formeln 16
b) Die Hauptformeln der Korrelationsstatistik und ihre Voraussetzungen 17

4. Die Ergebnisse 25

a) Die Hauptwerte und Streuungsmafse 25
b) Die Korrelationen 41
Die Regressionen 41
Die Korrelationskoeffizienten bzw. -verhältnisse 43
Die Sicherheit der Korrelationsbestimmung und die Eindeutigkeit der Koeffizienten 46

5. Deutung der Ergebnisse 52

a) Quantitative Analyse 52
Der Symptomwert der verschiedenen psychischen Konstanten.
Zeitliche Fraktionierung des Materials und die zugehörigen Korrelationen.
Individuelle Fraktionierung des Materials und die zugehörigen Korrelationen.

b) Qualitative Analyse 60
Die Selbstbeobachtung der Vpn.
Prüfung der Ergebnisse derselben an den Durchschnittswerten.
c) Die Aufmerksamkeitsspannung als zentraler Faktor 66

6. Über einige Fragen der Korrelationsstatistik in ihrer besonderen Anwendung auf die Psychologie 67
a) Spearmans „Ergänzungsformel“ 68
b) Mafskorrelation — Rangkorrelation 71
c) Pearsons „Korrelationsverhältnis“ 71

7. Zusammenfassung der Ergebnisse 74
a) Hauptergebnisse 74
b) Nebenergebnisse 77
Schlufs 78

Einleitung.

Der jüngste Zweig der psychologischen Wissenschaft, die Psychologie der individuellen Differenzen, bedient sich in ausgiebiger Weise eines Hilfsmittels, das seit seiner erstmaligen Anwendung auf psychologische Fragestellungen durch Cl. Wissler [1] im Jahre 1901 sowohl von mathematischer, als auch von psychologischer Seite ebensoviel Ablehnung als Zustimmung erfahren hat: der Korrelationsstatistik. Der Streit der Meinungen hinsichtlich der methodischen, wie auch der materialen Seite der Korrelationsforschung hat noch nicht zu endgültiger Klärung der Ansichten geführt, so dafs es zweckmäfsig erscheint, der Darstellung der in vorliegender Abhandlung mitzuteilenden experimentellen Ergebnisse einige Erörterungen prinzipieller Natur vorauszuschicken.

Die kausal erklärende Psychologie hat, wie jede kausal erklärende Wissenschaft, das Ziel, die einzelne Erscheinung als Funktion der sie bedingenden Faktoren darzustellen:

$$y = f\,(x_1, x_2, x_3 \ldots .),$$

wo die Anzahl der Argumente als unendlich zu betrachten ist. Die Lösung dieses umfassenden Problems ist nur möglich durch Erforschung der partiellen Abhängigkeiten des y von den x und der x untereinander. Die gesuchte Funktionalgleichung wird so ersetzt durch eine Anzahl spezieller Gleichungen, die ihrerseits, falls sie in ausreichender Zahl gewonnen sind, einst rückwärts die Gewinnung der allgemeinen Gleichung ermöglichen werden. Das Experiment, das eben jene partiellen Abhängigkeiten zu ermitteln gestattet, wird so zum grundlegenden Forschungsmittel der exakten Wissenschaft. Während nun das physikalische Experiment eine verhältnismäfsig rasche und sichere Erforschung

[1] Cl. Wissler, The Correlation of Mental and Physical Tests. *PsMon* 3 (16). 1907.

der Partialzusammenhänge und deren funktionale Darstellung gestattet, ist dies beim psychologischen Experiment im allgemeinen nicht der Fall, teils wegen des labilen Charakters des Psychischen, teils wegen der zuweilen nicht unerheblichen durch individuelle Differenzen bedingten Komplikationen. Wenn daher die experimentelle Psychologie grundsätzlich an dem vorhin gekennzeichneten Wissenschaftsideal festhalten mufs, so wird sie sich doch in ihrem gegenwärtigen Zustande vielfach mit der Feststellung von Tendenzen der gemeinsamen Variation zweier Phänomene begnügen müssen. Dies auch noch aus folgendem Grunde. Die exakte Naturwissenschaft, die alles Quantitative auf die 3 Grundeinheiten der Masse, der Länge und der Zeit zurückzuführen vermag und im Energieansatz ein wertvolles Hilfsmittel zur Herstellung von Beziehungen und zur Identifizierung wirksamer Faktoren besitzt, kann verhältnismäfsig schnell zur Beherrschung der Tatsachen gelangen, während die Psychologie, der jene Vorzüge abgehen und deren Mafsbegriff ganz anderer Natur ist, eben dadurch sich genötigt sieht, weit mehr das Schwergewicht auf die Erforschung der qualitativen Einzelzusämmenhänge zu legen. Hier bedeutet es vielfach schon einen wesentlichen Fortschritt, wenn überhaupt gezeigt wird, dafs ein Zusammenhang besteht und ob derselbe mehr oder weniger Festigkeit zeigt. Es ist daher nur naturgemäfs, wenn neben die auf Gewinnung funktionaler Zusammenhänge ausgehende Forschungsmethode als propädeutisches, heuristisches Hilfsmittel eine psychologische Korrelationsforschung tritt, wie sie bereits vor Jahren von C. Spearman[1] nachdrücklich gefordert wurde. In vielen Fällen, wo sich der Gewinnung psychometrischer Funktionen zu grofse Schwierigkeiten entgegenstellen, wird die korrelative Behandlung überhaupt, zunächst wenigstens, als Abschlufs betrachtet werden müssen. Die Korrelation liegt demnach durchaus in der Richtung von Experiment und Funktionaldarstellung und will mehr als ein Modeartikel sein, wie zuweilen von allzu ablehnender Seite angenommen wird. Was J. S. Mill allgemein von der gemeinsamen Variation (concomitant variation) sagt, wobei er allerdings vorzugsweise an die funktionalen Zusammenhänge denkt, gilt entsprechend von den Korrelationen: „Ein

[1] C. Spearman, „General Intelligence", Objectively Determined and Measured. *AmJPs* **15**, 201 ff. 1904.

Phänomen, das in irgendeiner Weise sich ändert, wenn ein anderes Phänomen in einer bestimmten Weise variiert, ist entweder eine Ursache oder eine Wirkung desselben oder mit ihm durch einen gemeinsamen ursächlichen Faktor verbunden.“ [1] Wer daher der Korrelation an sich skeptisch gegenübersteht, müfste konsequenterweise auch der Funktionaldarstellung Mifstrauen entgegenbringen.

Von besonderer Wichtigkeit ist ferner, dafs die Korrelationsmethoden imstande sind, in gewissem Sinne das Experiment zu ergänzen und zu berichtigen, indem sie gestatten, durch Alter, Nationalität, Geschlecht und Individualität der Versuchspersonen bedingte Einflüsse zu beseitigen und so das Material zu homogeneïsieren. In den meisten Fällen, besonders wenn eine gröfsere Anzahl von Personen untersucht werden soll, wird es ja kaum angängig sein, durch Auswahl der Vpn. von vornherein ein praktisch als völlig homogen zu betrachtendes Versuchsmaterial zu gewinnen — ganz abgesehen davon, dafs die genannten Einflüsse und Abhängigkeiten selbst wieder von psychologischem Interesse sind. Auch Einflüsse von Störungsfaktoren anderer Art lassen sich auf korrelativem Wege beseitigen, vorausgesetzt, dafs sie der Messung bzw. einer geeigneten Abstufung zugänglich sind. In dieser Hinsicht würde die psychische Korrelationsforschung auch dann noch unentbehrlich sein, wenn die Gewinnung psychometrischer Funktionen bereits erhebliche Fortschritte gemacht hätte.

Tritt die psychologische Korrelationsforschung so als heuristisches Hilfsmittel und als Ergänzung der funktionalen Darstellung in der generellen Psychologie auf, so wird sie andererseits von selbst zu einem genaueren Studium der psychischen Differenzen führen, insofern gerade mittlere Korrelationswerte, falls sie nicht durch rein rechnerische Eigentümlichkeiten bedingt sind, als Symptome reicherer Typenbildungen betrachtet werden können. Vor allem wird die Korrelationsforschung aber wichtige Dienste leisten bei der methodischen Verknüpfung der eigentlichen Experimentalpsychologie und der psychischen Komplexforschung, wobei letztere nicht im Sinne der Psychoanalytiker, sondern im Sinne der hauptsächlich an Binet anknüpfenden psychologischen Forschung verstanden werden soll. Es scheint

[1] J. S. Mill, System of Logic 3, Chapt. VIII, S. 6.

eine der wesentlichsten Aufgaben der zukünftigen Psychologie zu sein, die Hilfsmittel der Komplexforschung, vor allem die sogenannten Tests, am psychologischen Experiment gleichsam zu eichen und so zu einer einwandfreien Symptomatik zu gelangen. Dies soll so verstanden werden, dafs man einerseits Testleistungen, andererseits unter genauer Analyse der bedingenden Faktoren Elementarleistungen einer ausreichenden Anzahl von Vpn. feststellt und dann beide Reihen korrelativ aufeinander bezieht. Der gerade hiergegen erhobene Einwand, dafs „die Erforschung der rein psychischen Korrelationen sehr schwierig sei, weil die Mafse qualitativ verschiedener Leistungen sich streng genommen gar nicht vergleichen lassen“,[1] ist — in seinem vollen Umfange wenigstens — nicht haltbar; eine weit gröfsere Rolle als das im besonderen Falle angewandte Mafs spielt die Sicherheit der Wertbestimmung im einzelnen. Diese läfst sich aber auch bei komplexeren Leistungen in zahlreichen Fällen erreichen.

Wie der Grad der Korrelation rechnerisch ausgedrückt, „beschrieben“ wird, ist eine Frage für sich und zunächst ziemlich der Willkür überlassen, woran übrigens vielfach gerade Anstofs genommen worden ist. Untersuchungen besonders englischer Forscher[2] haben jedoch ergeben, dafs das von Pearson im Anschlufs an Bravais entwickelte Korrelationsverfahren am vorteilhaftesten zu verwenden ist. Durch Einführung der multiplen Korrelation, sowie des Korrelationsverhältnisses hat die mathematische Seite bereits wesentliche Verfeinerungen erfahren, so dafs ein genau berechneter Korrelationskoeffizient als ein weit feinerer Indikator von sachlichen Zusammenhängen betrachtet werden darf, als vielfach angenommen wird. Eine weitere Entwicklung der mathematischen Seite der Korrelationsstatistik, besonders hinsichtlich des Zusammenschlusses der verschiedenen Verfahrungsweisen, darf wohl noch erwartet werden.[3] Wenn

---

[1] Meumann, Vorlesungen über experimentelle Pädagogik. 2. Aufl. Leipzig 1913. **2**, S. 710.

In ähnlichem Sinne:

Wundt, Grundzüge der physiologischen Psychologie. 6. Aufl. Leipzig 1912. **3**, S. 596.

[2] K. Pearson, Regression, Heredity, and Panmixia. *PhTraRoSoc* A **187**, S. 253ff. 1896. — S. Kapteyn, Definition of the Correlation-coefficient. *MNotRoAstSoc* **72** (6), 518ff.

[3] Vgl. hierzu G. Deuchler, Über die Methoden der Korrelationsrechnung in der Pädagogik und Psychologie. *ZPdPs* **15**, 2—4.

von mathematischer Seite aus zuweilen Einwände gegen die Korrelationsstatistik erhoben wurden, so gründeten sich diese wohl hauptsächlich darauf, dafs man glaubte, der Korrelationskoeffizient solle die Rolle eines Parameters der funktionalen Darstellung spielen; dies ist aber kaum jemals ernsthaft von psychologischer Seite behauptet worden. Wenn ferner Bruns in seinem bekannten Buche [1] dem Korrelationskoeffizienten nur untergeordneten Wert beimifst, so ist zu bedenken, dafs dieses Urteil von ganz anderem Standpunkt aus gefällt ist, eben im Hinblick auf die Darstellung willkürlicher Funktionen. Der Einwurf endlich, dafs das Anwendungsgebiet der Korrelationsstatistik wegen der Voraussetzung linearer Regressionen notwendig sehr beschränkt sein müsse, ist durch Einführung des Pearsonschen Korrelationsverhältnisses hinfällig geworden. Auch wird sich hier a priori wenig sagen lassen, vielmehr mufs es Einzelforschungen überlassen bleiben, zu zeigen, wie die Regressionen gegebenenfalls gestaltet sind.

Was die materiale Seite der psychischen Korrelationsforschung betrifft, so ist der ersten eigentlichen Korrelationsarbeit von Wissler im Jahre 1901 eine grofse Zahl weiterer Korrelationsuntersuchungen gefolgt, über die eingehend zu berichten hier nicht der Ort ist. Vielmehr kann in dieser Beziehung auf Spearman, Brown und Stern [2] verwiesen werden. Wesentliche Züge der bisherigen Arbeit sind jedenfalls, dafs hauptsächlich Probleme der psychischen Komplexforschung in Angriff genommen wurden und dafs in der Mehrzahl der Fälle synthetisch verfahren wurde, in dem Sinne, dafs man ganz verschiedene geistige Leistungen auf etwaige Zusammenhänge prüfte. Die Ergebnisse sind bis jetzt nicht geradezu ermutigend. Viel Widersprechendes ist zutage gefördert worden, woran in erster Linie die teilweise noch recht grofse Unsicherheit in der Komplexeforschung schuld sein mag; die Tests lassen ja in ihrer Anwendung noch aufserordentlich viel Spielraum, wie auch die Verrechnung und Bewertung ihrer Ergebnisse noch keineswegs eindeutig ist. Aus diesen Gründen scheint es zweckmäfsig, zunächst

---

[1] M. Bruns, Wahrscheinlichkeitsrechnung und Kollektivmafslehre. Leipzig 1906. S. 100 Anm.

[2] C. Spearman, *AmJPs* **15**. 201 ff. 1904. — W. Brown, The Essentials of Mental Measurement. London 1911. Kap. 2, S. 81—97. — W. Stern, Differentielle Psychologie. Leipzig 1911. S. 284 ff.

eine exakte Ausgestaltung der psychischen Korrelationsforschung zu versuchen, die, an die exakte Arbeit des Laboratoriums anknüpfend, die Beziehungen zwischen psychischen Elementarleistungen aufsucht, um von da aus allmählich zur Erforschung komplizierterer psychischer Leistungen aufzusteigen. Sind auf diese Weise erst einmal sichere Ergebnisse gewonnen, so wird möglicherweise von hier aus eine genauere Analyse der Testleistungen in ihre psychischen Komponenten erfolgen können. Gleichzeitig wird man hoffen dürfen, gerade auf diesem Wege einige Aufschlüsse über die Natur der auf dem Gebiete des Psychischen verhältnismäfsig reichlich fliefsenden Fehlerquellen zu gewinnen und dadurch vielleicht die Basis für eine dem Psychischen angepafste Fehlerrechnung zu erhalten, wie sie bereits von anderer Seite, vor allem C. Spearman, in Angriff genommen worden ist.

Die vorstehende Arbeit sucht einen Beitrag zu der eben postulierten exakten Korrelationsforschung zu liefern, indem sie die Beziehungen zwischen einfachen Unterschiedsleistungen auf den Gebieten des Gesichtssinnes, des Gehörssinnes und des Raumsinnes festzustellen sucht.

1. Die Versuche.

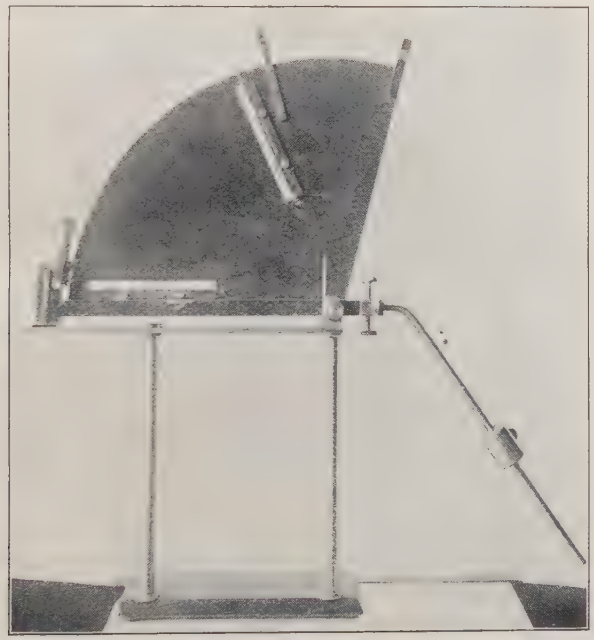
a) Grundsätzliches.

Für die Auswahl der Versuche war in erster Linie die Vergleichbarkeit mafsgebend. Es wurden darum einmal nur Unterscheidungsleistungen untersucht und zwar

1. die U.-E. für optisch gebotene Raumstrecken (I),
2. die U.-E. für Farbsättigungsgrade (II),
3. die U.-E. für Schallintensitäten (III),
4. die U.-E. für taktil gebotene Raumstrecken (IV).

Sodann wurde allgemein die Methode der drei Hauptfälle benutzt. Da die Feststellung der U.-E. für Schallintensitäten nur mittels sukzessiver Darbietung von Normal- und Vergleichsreiz möglich war, so wurde, um Störungen der Vergleichbarkeit durch die verschiedenartigen Einflüsse des Simultan- und Sukzessivkontrastes zu vermeiden, allgemein das Sukzessivverfahren angewandt. Überhaupt bietet ja das Sukzessivverfahren weit gleichmäfsigere Bedingungen als das Simultanverfahren. Die Zwischenzeit zwischen Normalreiz und Vergleichsreiz war in allen

vier Fällen dieselbe; sie betrug bei einer ersten Gruppe von Versuchen (A) etwa 1,5 sec, bei einer zweiten Gruppe (B) etwa 2,5 sec. Ferner wurden, soweit die besonderen Verhältnisse es gestatteten, die Reize gleich lange exponiert, wenngleich der Verf. sich bewufst war, dafs eine genauere Berücksichtigung der jeweiligen Anstiegsverhältnisse die Vergleichbarkeit der in Frage stehenden Gebiete möglicherweise erhöht haben würde; doch war dies aus technischen Gründen nicht möglich. In Gruppe A wurden nach einiger Vorübung acht Vollreihen durchgeführt, von denen die letzten sechs später zur Berechnung herangezogen wurden, in Gruppe B vier Vollreihen. Der Normalreiz wurde immer an erster Stelle gegeben; eine Umkehrung der Zeitlage fand nicht statt.



Figur 1.

b) Die Versuchsanordnung.

1. Die Raumstrecken (optisch).

Zur Darbietung der optisch zu vergleichenden Raumstrecken wurde eine tachistoskopartige Vorrichtung benutzt, die nach Angaben des Verf. von der Firma E. Zimmermann angefertigt worden war (s. Fig. 1).

Die Einrichtung des Apparates ist folgende: Auf einem Sektor aus geschwärztem Aluminiumblech, der an einer Achse drehbar befestigt ist, sind in einem Abstand von etwa 80° zwei nicht ganz 0,5 mm breite Ausschnitte angebracht, deren Länge durch je zwei dahinter befindliche Metallstreifen verändert werden kann. Die Länge des zweiten Ausschnittes läfst sich mittels Nonius-teilung auf Zehntel mm genau einstellen. Befindet sich der Sektor in seiner gewöhnlichen Stellung, so ist der erste Ausschnitt genau horizontal; läfst man den Sektor fallen, was durch eine Auslösungsvorrichtung, ähnlich wie beim Netschajeffschen Tachistoskop, bequem ermöglicht wird, so kommt der zweite Ausschnitt genau an die Stelle des ersten. Erreicht wird dies durch eine Auffangevorrichtung, welche einen am Rande des Sektors passend angebrachten Metallzahn aufnimmt. Durch ein an einer Metallstange verschiebbares Laufgewicht läfst sich die Fallgeschwindigkeit des Sektors so regulieren, dafs keine störenden Geräusche auftreten. Eine Filzeinlage in der Auffangevorrichtung dient dem gleichen Zwecke. Gleichzeitig wird hierdurch eine durch zu heftiges Aufschlagen des Sektors bedingte Erschütterung der ganzen Apparatur vermieden, wodurch die Auffassung der gebotenen Reize sicher leiden würde. Um die Aufmerksamkeit der Vpn. nicht abzulenken, wurde vor das Ganze ein Schirm aus starker Pappe gestellt, der an der Expositionsstelle der Reize einen rechteckigen Ausschnitt von der Gröfse 12×6 cm befafs.

Hinter dem Sektor war in einem weifs ausgekleideten Pappkasten eine 25kerzige elektrische Glühlampe angebracht, welche durch eine schmale rechteckige Öffnung in der Vorderwand des Kastens ihr Licht auf den davorliegenden Sektorausschnitt warf, so dafs der vor dem Apparate sitzende Beobachter im Augenblicke des Aufblitzens der Glühlampe eine Lichtstrecke wahrnahm. Um das Licht etwas abzuschwächen und eine gleichmäfsige Beleuchtung des Ausschnittes zu erzielen, war der rechteckige Ausschnitt des Pappkastens mit dünnem weifsen Schreibpapier überklebt worden. Ein Hindurchschimmern des letzteren durch den Sektorausschnitt war bei der zwischen beiden gewählten Entfernung ausgeschlossen.

2. Die Farbsättigung.

Zur Herstellung verschiedener Farbsättigungsgrade wurde ein mittels eines $^1/_8$ pferdigen Elektromotors betriebener Lummer-Brodhunscher Rotationsapparat benutzt (sog. Zimmermannscher Rotationsapparat)[1], welcher eine bequeme Einstellung während der Rotation zuläfst. Um unabhängig von den Zufälligkeiten der natürlichen Beleuchtung zu sein, sowie technischer Schwierigkeiten wegen wurde künstliche Beleuchtung gewählt. Die rotierende Scheibe wurde in einen 0,80 m langen, 0,40 m breiten, 0,50 m hohen Kasten eingebaut, in den von oben her zwei elektrische Glühlampen derart eingeführt waren, dafs sie von den durch die Rotation erzeugten Schwingungen der ganzen Apparatur nicht in Mitleidenschaft gezogen wurden. Zwei seitlich im Kasten angebrachte Pappschirme verdeckten dem Beobachter, der, am anderen Ende des Kastens sitzend, die rotierende Scheibe durch einen Ausschnitt in der Vorderwand betrachtete, die beiden Lampen und warfen das Licht derselben nach der Scheibe zu. Um lediglich Variationen der Farbsättigung und nicht gleichzeitig solche der Helligkeit zu erhalten, war das Innere des Kastens, soweit es die Vp. zu Gesicht bekam, mit grauem Papier ausgekleidet worden, wie es nach Versuchen von Jones[2] genau dem Heringschen Rot Nr. 2 entsprach, welches ausschliefslich zu den Farbsättigungsversuchen verwendet wurde. Ferner wurde während dieser Versuche, zwecks Vermeidung der Dunkeladaption des Auges der Vp., das Versuchszimmer künstlich beleuchtet, so dafs Nachbilder nicht auftreten konnten.

3. Schallintensitäten.

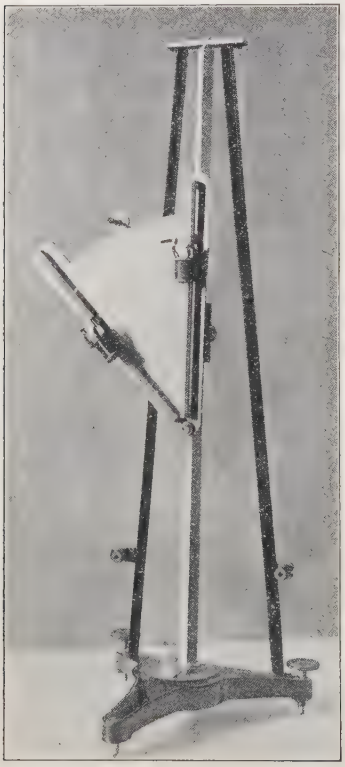
Zur Erzeugung verschiedener Schallintensitäten diente ein einfaches Fallphonometer, das nach Angaben des Assistenten Herrn Dr. Moede und des Verf. von der Firma E. Zimmermann-Leipzig hergestellt worden war (s. Fig. 2) und folgende Einrichtung zeigt.

Ein Sektor aus Aluminiumblech, welcher auf einer Buchse drehbar aufsitzt und mit dieser längs einer mit mm-Teilung versehenen vertikalen Stahlsäule verschraubt werden kann, trägt

[1] Beschrieben und abgebildet in Wundts Grundzügen der physiologischen Psychologie. 6. Auflage, 2, S. 175. 1911.

[2] L. Jones, Untersuchungen über die Reizschwelle für Farbensättigung bei Kindern. *PdPsArb* 2, 15 ff. 1911.

zwei radiale mit mm-Teilung versehene Stahlstäbe mit je einem darauf verschiebbaren Elektromagneten. Jeder der beiden Stäbe ist so angebracht, dafs er genau senkrecht steht, wenn der Sektor nach der entsprechenden Seite gedreht wird. Die Elektromagnete, deren Eisenkerne am unteren Ende etwas ausgehöhlt sind, halten, solange der elektrische Strom geschlossen ist, je eine Stahlkugel fest: bei Unterbrechung des Stromes fällt die Kugel auf einen Stahlklotz, dessen Oberfläche unter 45° geneigt ist, und wird von dort reflektiert. Die Intensität des beim Aufschlagen erzeugten Schalles kann nach den Versuchen Starkes [1] als proportional der Fallhöhe betrachtet werden. Durch geeignete Schaltung läfst sich leicht erreichen, dafs nur die Kugel von dem jeweils senkrecht über dem Stahlklotze befindlichen Elektromagneten hinabfällt, so dafs man zwei in beliebiger Zwischenzeit aufeinander folgende Schalleindrücke darbieten kann. Das Schaltungsschema ist aus dem beigegebenen Übersichtsplan der gesamten Versuchsanordnung leicht zu ersehen (s. Fig. 4).



Figur 2.

4. Raumstrecken (taktil).

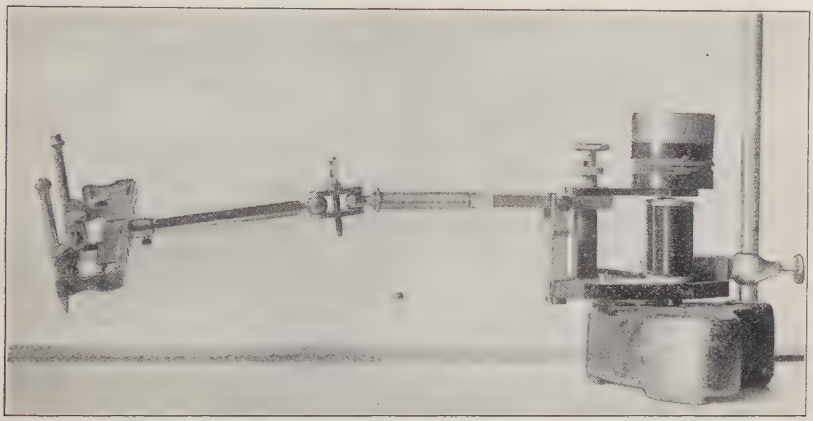
Zur sukzessiven Darbietung taktiler Raumstrecken wurde das Ebbinghaussche Ästhesiometer verwendet und zwar mit zwei kleinen Verbesserungen (s. Fig. 3): ein Kugelgelenk ermöglichte eine weit genauere Einstellung, während auf derjenigen Seite der Führung, auf welcher während der Zwischenzeit die Spitze verschoben werden mufste, zwei Anschläge ein rasches und sicheres

[1] R. Starke, Die Messung von Schallstärken. *PhSd* **3**, 264—304. 1886.

Einstellen der Vergleichsdistanz in der verhältnismäfsig kurzen Zeit gestatteten.

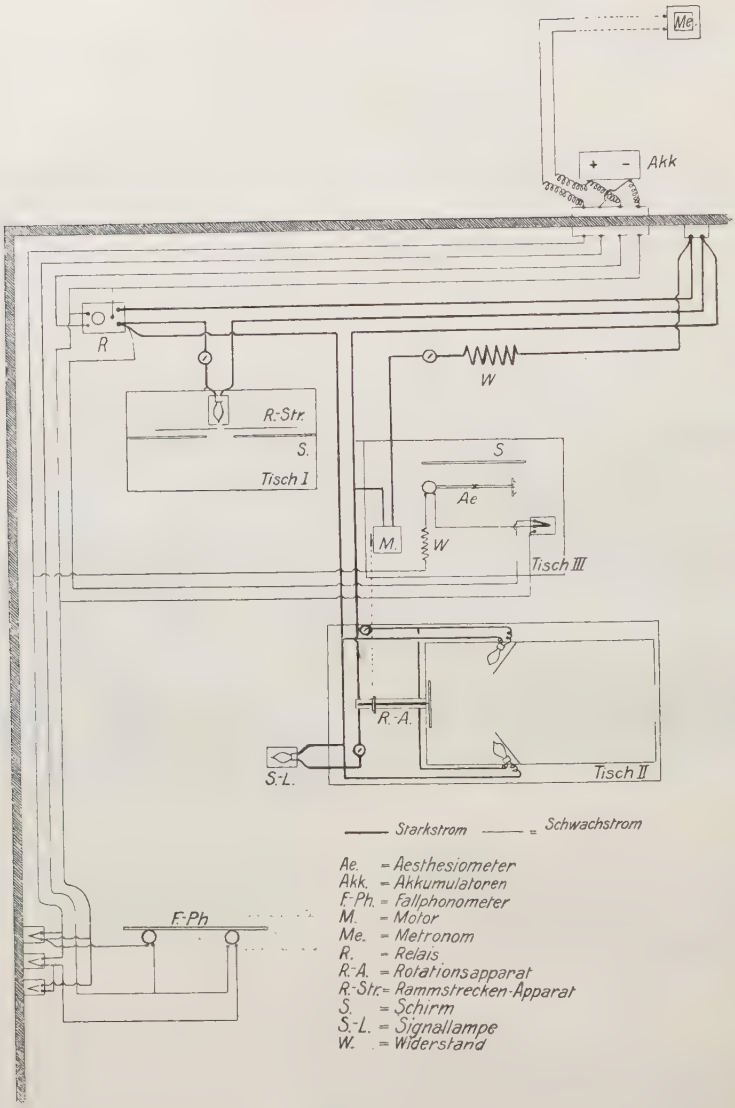
5. Darbietungs- und Zwischenzeit.

Die Herstellung gleicher zeitlicher Bedingungen, gleicher Reizdarbietungs- und gleicher Zwischenzeit für die verschiedenen Versuchsgebiete, wurde erreicht mittels Metronom und Relais. Das Metronom, in der üblichen Weise mit Quecksilberkontakt versehen, war in einem entfernteren Raume aufgestellt, so dafs die Versuchspersonen durch die Pendelschläge nicht gestört



Figur 3.

wurden, während sich das Relais im Versuchszimmer selbst befand. Von den geringen durch das Anschlagen des Relaisankers verursachten Geräuschen konnten, wie sich während der Versuche herausstellte, die Vpn. leicht abstrahieren, während der Versuchsleiter andererseits durch eben jene Geräusche instand gesetzt wurde, die Vp. durch passende Vorsignale auf den Einzelversuch vorzubereiten. Beim Rotationsapparat, dessen etwas geräuschvoller Betrieb ein Achten auf die Relaisgeräusche ausschlofs, zeigte eine in einem parallelen Stromkreis befindliche Glühlampe den Gang von Metronom und Relais an, so dafs auch hier die Vp. auf den einzelnen Versuch vorbereitet werden konnte. Als Relais wurde ein einfaches Schulrelais verwendet, das auf Unterbrechung und Schlufs arbeitete. Das Nähere zeigt der Übersichtsplan (s. Fig. 4).



Figur 4.

c) Ausführung der Versuche.

An der ersten Versuchsordnung wurde als Normalreiz eine Strecke von 30 mm verwendet. Die Vergleichsreize waren in einem Intervall von 0,2 mm abgestuft; doch machte sich später-

hin bei einer Anzahl von Vpn. die Anwendung eines gröfseren Intervalls (0,4 mm) nötig.

Als Normalreiz bei den Farbsättigungsversuchen diente eine Mischung von 270° Rot und 90° Grau. Das Intervall betrug im allgemeinen 2,25° (= $^1/_2$ Umdrehung der Stellscheibe); in zwei Fällen, wo die Anwendung dieses Intervalls zu einer beträchtlichen Vergröfserung der Versuchszahl geführt hätte, 4,5°.

Bei den Schallversuchen kamen zwei Stahlkugeln von je 3,5 g Gewicht zur Verwendung. Die Normalintensität wurde erzeugt durch eine aus 55 cm herabfallende Kugel; das Intervall betrug 2,5 cm. Nur in einem offenbar ganz abnormen Fall erwies es sich als notwendig, das Intervall zu verdoppeln. Die Vp. safs während der Versuche 3—4 m vom Apparat entfernt, mit dem Rücken nach dem Apparate zu, so dafs optische Hilfen ausgeschlossen waren.

Die Ästhesiometerversuche wurden auf dem linken Handrücken ausgeführt. Nach jedesmaliger sorgfältiger Einstellung des Ästhesiometers erhielt die Vp. zuerst als Normalreiz einen Spitzeneindruck von 40 mm Entfernung. Als Intervall wurden teils 0,5, teils 1,0, in einigen wenigen Fällen auch 2,0 mm benutzt; die Wahl des Intervalls erfolgte auf Grund orientierender Vorversuche. Wenn auch durch Anwendung verschiedener Intervalle bei der verhältnismäfsig geringen Anzahl von Versuchsreihen gewisse Verschiebungen in den Resultaten zu erwarten waren, so mufste man doch andernfalls — gerade bei Ästhesiometerversuchen — von der ev. nötigen erheblichen Vergröfserung der Versuchszahl weit nachteiligere Wirkungen, besonders hinsichtlich der Ermüdung, befürchten.

Um der Vergleichbarkeit der Versuchsresultate willen wurde in jeder Sitzung an sämtlichen vier Anordnungen gearbeitet. Im allgemeinen reichte hierzu eine Stunde bequem aus; es waren durchschnittlich in einer Stunde 110—130 Versuche auszuführen. Da zu erwarten war, dafs sich innerhalb einer Versuchsstunde Leistungsschwankungen, wie sie bei fortlaufender Arbeit aufzutreten pflegen, einstellen würden, wurde mit den einzelnen Versuchsgebieten zyklisch gewechselt. Es folgten aufeinander:

1. Vergleichen optisch gebotener Raumstrecken (I),
2. „ von Schallintensitäten (III),
3. „ von Farbsättigungsgraden (II),
4. „ von taktil gebotenen Raumstrecken (IV).

Fühlte sich die Vp. indisponiert, so wurde von der Durchführung der Versuche abgesehen.

Da die Selbstbeobachtung notwendig eine Verschiebung der Aufmerksamkeit zur Folge hat, so wurden die Versuche zunächst lediglich in der Absicht ausgeführt, die Leistungen der Vpn. festzustellen, wozu nach einiger Einübung etwa 7—8 Stunden als ausreichend erschienen. Dann erst wurde im Anschlufs an besondere Versuche eine qualitative Analyse der Vergleichsprozesse versucht. Auch war es nur auf diese Weise möglich, eine gröfsere Zahl von Vpn. zu prüfen.

Da es von vornherein nicht ausgeschlossen ist, dafs durch längere Übung die Art der Reaktion verändert wird, wurden zwecks Kontrolle der Ergebnisse der qualitativen Analyse nach Beendigung der Hauptversuche noch einige Versuche mit völlig ungeübten Vpn. durchgeführt, die weder an den vorliegenden, noch an anderen Vergleichsversuchen dieser Art teilgenommen hatten.

Die Hauptversuche wurden ausgeführt im W.-S. 1912/13 und im S.-S. 1913, sowie in den dazwischen liegenden Ferien. Als Versuchszeit dienten im allgemeinen die Nachmittagsstunden von 2—7 Uhr; nur ausnahmsweise wurde hin und wieder eine Vormittagsstunde zu Versuchen verwendet.

2. Die Versuchspersonen.

a) Die Vpn. waren Erwachsene im Alter von 18 - 40 Jahren (durchschnittliches Alter = 26 Jahre), bis auf vier sämtlich Studierende der Universität und der Frauenhochschule. Die meisten von ihnen hatten überhaupt noch nicht an psychologischen Versuchen teilgenommen, was ja von namhaften Experimentatoren zuweilen als vorteilhaft betrachtet worden ist. Während der Teilnahme an den in Frage stehenden Versuchen waren die Vpn. anderwärts nicht an ähnlichen Versuchen beteiligt.

Bei der Auswahl der Vpn. wurde, abgesehen von gewissen Altersgrenzen, absichtlich nicht wählerisch verfahren; nur zwei der Vpn. mufsten wegen Augendefekten als unbrauchbar entlassen werden.

b) An den Hauptversuchen beteiligten sich folgende Herren und Damen:

Herr stud. phil. M. Beeson,
„ Lehrer A. Ebert,
„ stud. math. H. Haering,
„ „ „ K. Hochmuth
„ Mag. phil. J. Hollo,
„ stud. phil. Y. Hsiao,
„ „ math. F. Krull,
„ „ paed. A. Lederer,
„ „ math. R. Lohberger,
„ „ paed. R. Meinel,
„ „ math. O. Meyer,
„ Prof. Dr. Ozwald,
„ stud. germ. H. Rammelsberg.
„ stud. päd. J. Reh,
„ Dr. N. Roumiantzew,
„ Lehrer E. Rudolph,
Herr stud. hist. G. Scheuffler,
„ „ paed. A. Schmidt,
„ „ „ R. Scholz,
„ Lehrer E. Schürer,
„ stud. rer. nat. J. Vieweg,
„ „ paed. P. Wolf,
sowie der Verf.,
Fräulein stud. paed. A. Bierwisch,
„ stud. paed. H. Burgheim,
„ „ „ L. Engelhard,
„ „ „ E. Ingermann,
„ „ mus. V. Meyer,
„ „ paed. K. Röſsger,
„ „ „ S. Szarata,
„ „ „ A. Sterling,
„ „ „ M. Wild.

Ferner beteiligte sich an den Vorversuchen Herr Professor Gadowski aus Tarnow, sowie an einigen Versuchen zur qualitativen Analyse nach Beendignng der Hauptversuche (s. S. 14):

Herr stud. phil. Jhde,
„ „ „ Keunecke,
„ „ theol. Zehmisch.

c) Die Vpn. erhielten die Instruktion, den zweiten der beiden Reize mit dem ersten zu vergleichen. Dabei sollten die Urteile viel gröſser, gröſser, gleich bzw. unentschieden, kleiner, viel kleiner zur Anwendung kommen. Letzteres schien aus mehreren Gründen ratsam, wenn auch bei der Verrechnung die Methode der drei Hauptfälle zugrunde gelegt werden sollte. Besonderen Hinweises bedurfte es hinsichtlich der Unentschiedenheitsfälle, da eine Anzahl der Vpn. aus persönlichen Gründen — sie argwöhnten Intelligenzuntersuchungen — das häufigere Auftreten von U.-Urteilen zu vermeiden suchte. Auch galt es der bloſsen Urteilsgewohnheit zu steuern, die ja leicht den Forschungswert der psychophysischen Urteilsmethoden illusorisch machen kann.

3. Die mathematische Behandlung der Resultate.

a) Die Spearman-Wirthschen Formeln.

Die Hauptwerte und Streuungsmafse der erhaltenen Kollektivgegenstände wurden mittels der von Spearman und Wirth[1] für die Methode der drei Hauptfälle entwickelten Formeln berechnet.

Bezeichnet E_o das obere Extrem, d. h. diejenige Stufe des Vergleichsreizes, oberhalb deren kein falsches Urteil mehr abgegeben wurde, E_u entsprechend das untere Extrem, r_o den oberen, r_u den unteren Grenzreiz, i das Intervall, in welchem der Vergleichsreiz abgestuft wurde, so ist, wenn alles aufs arithmetische Mittel bezogen wird:

$$r_o = E_o - \Sigma g \cdot i + \frac{i}{2}$$

$$r_u = E_u + \Sigma k \cdot i - \frac{i}{2}$$

Σg ist hier die Summe der relativen Häufigkeiten aller abgegebenen Gröfserurteile,

Σk die Summe der relativen Häufigkeiten aller abgegebenen Kleinerurteile.

Hieraus leiten sich ohne weiteres der Äquivalenzwert A, die mittlere Untersuchungsschwelle S und der mittlere Schätzungsfehler c ab:

$$A = \frac{r_o + r_u}{2}$$

$$S = \frac{r_o - r_u}{2}$$

$$c = \frac{r_o + r_u}{2} - r,$$

wo r den Normalreiz bedeutet.

Als Streuungsmafse wurden die mittleren Fehler M_o und M_u berechnet nach den Formeln:

---

[1] C. Spearman, Footrule for Measuring Correlation. *BrJPs* 2 (3), 272 ff. 1908. — W. Wirth, Psychophysik, S. 188 ff. — W. Wirth, Ein einheitliches Präzisionsmafs der Urteilsleistung bei der Methode der drei Hauptfälle und seine Beziehung zum mittleren Schätzungswert, *ArGsPs* **24**, 141 ff.

$$\frac{1}{i^2} M_o{}^2 = 2\left[(p-1)g_1 + (p-2)g_2 + \ldots\ldots + 1\cdot g_{p-1} + \frac{1}{8}\right] - \left[\sum_1^{p-1} g + \frac{1}{2}\right]^2$$

$$\frac{1}{i^2} M_u{}^2 = 2\left[(q-1)k_1 + (q-2)k_2 + \ldots\ldots + 1\cdot k_{q-1} + \frac{1}{8}\right] - \left[\sum_1^{q-1} k + \frac{1}{2}\right]^2$$

p bedeutet hier die Ordnungszahl von E_o, wenn man sämtliche Reizstufen innerhalb des Bereichs der Gröfserurteile von innen nach aufsen durchnumeriert; q entsprechend die Ordnungszahl von E_u; die g_1, g_2 . . . . g_{p-1} sind die relativen Häufigkeiten der Gröfserurteile, die k_1 . . . k_{q-1} entspr. die relativen Häufigkeiten dee Kleinerurteile. Endlich wurde als Mafs der Gesamtstreuung das von Wirth entwickelte M benutzt:

$$M = \sqrt{\frac{1}{2}\,(M_u{}^2 + 2S^2 + M_o{}^2)}$$

b) Die korrelationsstatistischen Formeln.

Was die korrelationsstatistischen Formeln betrifft, so empfiehlt sich eine etwas ausführlichere Darstellung derselben, da man trotz einer ganzen Anzahl einführender Darstellungen [1] noch immer Unklarheiten in begrifflicher und mathematischer Hinsicht in psychologischen Arbeiten begegnet. In begrifflicher Hinsicht ist nachdrücklichst hervorzuheben, dafs Korrelation nicht schlechthin einen Zusammenhang, sondern vielmehr die Wahrscheinlichkeit eines Zusammenhangs bedeutet, wie Stern mit Recht in seiner „Differentiellen Psychologie“ [2] betont. Wenn man bei den empirisch gewonnenen psychometrischen Funktionen, die ja notwendig auch nur Wahrscheinlichkeitscharakter haben, letzteren nicht ausdrücklich hervorhebt, so ist zu bedenken, dafs die Korrelationslehre, wie eingangs bereits betont wurde, methodisch auf einer anderen, niedrigeren Stufe steht. Der neuerdings von G. Heymans und H. S. T. W. Brugmans [3] vertretene

[1] C. Spearman, The Proof and Measurement of Association between Two Things. *AmJPs* 15, 88 ff. 1904. — W. Brown, The Essentials of Mental Measurement. Cambridge 1911. S. 42. — G. Yule, An Introduction to the Theory of Statistics. London 1912. — W. Stern, Differentielle Psychologie. Leipzig 1911. S. 295—316. — W. Betz, Über Korrelation. *BhZAngPs* 3. 1911. — H. Damm, Zur Einführung in die Korrelationsstatistik. *PdFo* 1 (3), 301 ff. 1913.

[2] W. Stern, Differentielle Psychologie. S. 280.

[3] G. Heymans und H. J. T. W. Brugmans, Intelligenzprüfungen mit Studierenden. *ZAngPs* 7 (4/5), 317 ff. 1913.

Standpunkt, dafs der Korrelationskoeffizient direkt ein Mafs für die Stärke der gemeinsamen im Verhältnis zu den Gesamtbedingungen zweier Eigenschaften oder Leistungen sei, dafs z. B. ein Koeffizient vom Betrage 0,25 anzeige, dafs die beiden Leistungen ein Viertel der sie bedingenden Umstände gemeinsam haben, ist keinesfalls haltbar, ganz abgesehen davon, dafs die Beziehung des erhaltenen Koeffizienten auf den wahrscheinlichen Fehler hier völlig vermifst wird.

Die Frage, welcher mathematische Ausdruck die Korrelation am besten summarisch darstelle, ist, wie bereits erwähnt, von Karl Pearson [1] und neuerdings von J. Kapteyn dahin entschieden worden, dafs die von A. Bravais [2] ursprünglich zu ganz anderen Zwecken entwickelte „Produktmomentenformel" den jeweils beobachteten Tatbeständen am ehesten gerecht wird. Der Bravais-Pearsonsche Korrelationskoeffizient hat die Eigenschaft, dafs er im Falle vollkommener Abhängigkeit den Wert $+1$ bzw. -1 annimmt, ersteren im Falle gleichsinniger, letzterer im Falle entgegengesetzter Variation der in Frage stehenden beiden Merkmale. Variieren beide Merkmale unabhängig voneinander, so ist der Wert des Koeffizienten $= 0$. Es bedarf wohl kaum eines Hinweises, dafs diese runden Werte für gewöhnlich kaum auftreten, da sie als empirisch gewonnene Werte natürlich Schwankungen unterliegen; indessen gestattet die Gröfse des Koeffizienten annähernd ein Urteil bezüglich der Abhängigkeit der fraglichen Merkmale.

In ihrer einfachsten und für die Rechnung handlichsten Form lautet die Bravais-Pearson'sche Formel für den Korrelationskoeffizienten bekanntlich:

$$r = \frac{\Sigma xy}{\Sigma x^2 \cdot \Sigma y^2}.$$

Die x und y bedeuten hierbei die algebraisch genommenen Abweichungen der Messungswerte X bzw, Y, von den zugehörigen arithmetischen Mitteln $\mathfrak{M}(X) = \frac{\Sigma X}{n}$ bzw. $\mathfrak{M}(Y) = \frac{\Sigma Y}{n}$. Σ bezeichnet wie gewöhnlich die Summation über sämtliche Werte des unter dem Zeichen stehenden Ausdrucks.

---

[1] K. Pearson, *PhTraRoSoc* A **187**, 253 ff. 1896.

[2] A. Bravais, Analyse mathématique sur les probabilités des erreurs de situation d'un point. Acad. des Sciences, Mémoires presentés par divers savants, IIe Série, IX. 1846. p. 255.

Voraussetzung für die Anwendung dieser Formel ist die Linearität der zugehörigen Regressionen, d. h. die Funktion, welche die Abhängigkeit zwischen x und y darstellt, mufs linear sein. Bezeichnen σ_1 und σ_2 die Gesamtstreuungen der X und Y um ihre arithmetischen Mittel $\mathfrak{M}(X)$ und $\mathfrak{M}(Y)$, so sind die Gleichungen der beiden Regressionen:

$$y = r\frac{\sigma_2}{\sigma_1}x, \quad x = r\frac{\sigma_1}{\sigma_2}y$$

oder

$$Y - \mathfrak{M}(Y) = r\frac{\sigma_2}{\sigma_1}(X - \mathfrak{M}[X]), \quad X - \mathfrak{M}(X) = r\frac{\sigma_1}{\sigma_2}(Y - \mathfrak{M}[Y])$$

Selbstverständlich kann die Linearität der Regressionen zunächst nicht anders als empirisch, d. h. durch Aufzeichnen der entsprechenden Reihenmittel, geprüft werden. Die durch die eben angeführten Gleichungen dargestellten Regressionslinien stellen dann die Geraden dar, welche sich den Mitteln der beobachteten Werte am besten anpassen; die Gewinnung der angeführten Gleichungen geht auf die Methode der kleinsten Quadrate zurück.

Wenn der Anwendungsbereich der Bravais-Pearsonschen Korrelationsmethode durch die Bedingung linearer Regressionen zunächst stark eingeschränkt zu sein scheint, so haben doch zahlreiche biologische Untersuchungen hauptsächlich englischer Forscher, wie auch psychologische Untersuchungen ergeben, dafs jene Bedingung in vielen Fällen ausreichend erfüllt ist. Übrigens begnügt sich die funktionale Darstellung empirischer Daten ja auch oft in erster Annäherung mit linearen Funktionen. Für den Fall auffälliger Abweichungen der empirisch festgestellten Reihenmittel von den substituierten Regressionen hat Pearson das sogenannte Korrelationsverhältnis (correlation ratio) vorgeschlagen, welches in der statistischen Literatur gewöhnlich mit η bezeichnet wird. Das Korrelationsverhältnis ist das Verhältnis der Streuung der Reihenmittel S zu der Gesamtstreuung der betreffenden Variabeln. Demnach gibt es 2 solcher Ausdrücke:

$$\eta_1 = \frac{S_1}{\sigma_1} \text{ und } \eta_2 = \frac{S_2}{\sigma_2}.$$

Nach W. Brown [1], der das Korrelationsverhältnis zum ersten Male in psychologischen Untersuchungen anwandte, haben η_1

[1] W. Brown, The Essentials of Mental Measurement. Cambridge 1911. p. 47.

und η_2 annähernd denselben Wert. Wir werden späterhin diese Frage am vorliegenden Material näher prüfen.

Ist die Regression linear, so geht η in den Koeffizienten r über; bei nicht linearer Regression ist $\eta > r$. Während jedoch r zwischen $+1$ und -1 variiert, sind die Grenzen von η 0 und 1, wie ja aus der obigen Definition von η als Quotient zweier wesentlich positiver Gröfsen unmittelbar ersichtlich ist.

Die Differenz von η und r kann offenbar als Mafs der Abweichung der empirischen Regression von der substituierten linearen Regression betrachtet werden. Blakeman[1] hat aus beiden Werten folgendes Kriterium für die Linearität der Regressionen abgeleitet:

$$\frac{\sqrt{n}}{0{,}67\,449} \cdot \frac{1}{2} \sqrt{\eta^2 - r^2} < 2{,}5$$

oder:

$$\sqrt{n\,(\eta^2 - r^2)} < 3{,}37.$$

Doch ist zu erwähnen, dafs dies ein verhältnismäfsig grobes Kriterium ist und bei exakteren Untersuchungen besser durch genauere Formeln ersetzt wird.

In vielen Fällen, wo ein eigentliches Messen — auch ein Messen im psychologischen Sinne — nicht möglich ist, empfiehlt sich die Anwendung der sogenannten Rangkorrelation, wie sie in zahlreichen experimentell-pädagogischen Untersuchungen, vor allem in Intelligenzuntersuchungen, Verwendung gefunden hat. Nach dieser Methode berechnet sich der Korrelationskoeffizient wie folgt:

$$\varrho = 1 - \frac{6\,\Sigma d^2}{n(n^2-1)}$$

d bezeichnet hierin die Differenz der Plätze in den beiden Rangreihen, n die Anzahl der untersuchten Personen.

Nach Pearson[2] kann, falls das Gausssche Gesetz gilt, von ϱ aus sehr leicht r berechnet werden mittels der Überführungsformel:

$$r = 2 \sin\left(\frac{\pi}{6}\,\varrho\right).$$

---

[1] J. Blakeman, On Tests for Linearity of Regression in Frequency-Distributions. *Biometrika* **4**, 349 ff. 1905.

[2] K. Pearson, On Further Methods of Determining Correlation. *Drapers BiomSer* **4**, S. 18. 1907.

Auch diese Beziehung soll in vorliegender Arbeit geprüft werden.

Alle Bestimmungen von Koeffizienten auf Grund empirisch gewonnenen Materials sind notwendig mit Fehlern behaftet, welche aus der Begrenztheit des Materials resultieren. Je gröfser die Anzahl der Versuchspersonen oder die Anzahl der Feststellungen bei einer Vp. ist — auch hierauf kann ja die Korrelationsstatistik angewandt werden --, desto gröfsere Wahrscheinlichkeit besteht, dafs wir mit dem empirischen Ergebnis dem generellen Tatbestand uns nähern. Aber auch die Gröfse des Koeffizienten selbst enthält einen Hinweis auf die Sicherheit der Koeffizientenbestimmung, indem erhebliche Koeffizienten kaum lediglich auf die Begrenztheit des Materials zurückgeführt werden können. Rechnerisch kommen diese beiden Tatsachen zum Ausdruck im sogenannten wahrscheinlichen Fehler,[1] für welchen Pearson folgende Formel entwickelt hat:

$$wF(r) = \pm 0{,}67\,449\,\frac{1-r^2}{\sqrt{n}}$$

$$wF(\eta) = \pm 0{,}67\,449\,\frac{1-\eta^2}{\sqrt{n}}$$

Trotz mannigfacher Einwände, die neuerdings gegen den wF erhoben worden sind, soll letzterer dennoch in vorliegender Arbeit als Streuungsmafs verwendet werden, einmal wegen seiner plausiblen Bedeutung als Zentralwert der Fehlerverteilung, sodann auch mit Rücksicht auf die vorläufig noch allgemeine Verwendung desselben in der psychologischen Literatur.

Auch hier ist die Voraussetzung gemacht, dafs die Häufigkeitsverteilung dem Gaussschen Gesetze gehorcht. Verteilungen von weniger einfacher Form erfordern andere Formeln für die Berechnung des wF.[2] Ferner ist bei Anwendung der obigen Formeln zu bedenken, dafs hierbei n nicht zu klein sein darf; nach Ansicht Pearsons und anderer Statistiker fällt der wahrscheinliche Fehler beträchtlich gröfser aus, falls $n < 30$ ist.

---

[1] K. Pearson and L. N. C. Filon, On the Probable Errors of Frequency Constants and on the Influence of Random Selection on Variation and Correlation. *PhTraRoSoc* A **191**, 229. 1898.

[2] K. Pearson, On the Theorie of Skew-Correlation and Non-Linear-Regression. *DrapersBiomSer* **2**. 1905.

Korrelationskoeffizienten können nur dann ernsthaft diskutiert werden, wenn sie die Größe des wF beträchtlich übersteigen. Im allgemeinen hat sich jetzt die Ansicht durchgesetzt, daß ein Koeffizient, der das Dreifache des zugehörigen wahrscheinlichen Fehlers nicht erreicht, keinesfalls ernst genommen werden könne; als wünschenswert wird es sogar bezeichnet, erst Koeffizienten, die das Fünffache des wF übersteigen, als Kennzeichen bestehender Abhängigkeiten zu betrachten. Daß diese Ansicht nicht ganz unberechtigt ist, besonders bei kleinerem n, wird sich gelegentlich auch in vorliegender Arbeit zeigen.

Der wF bringt lediglich die durch die Begrenztheit des Untersuchungsmaterials bedingte Unsicherheit des Koeffizienten zum Ausdruck; es gehen indes noch Fehler ganz anderer Art ein.

Hinsichtlich der Art dieser Fehler und ihrer Wirkung auf den Korrelationskoeffizienten kann auf die ausführliche Darstellung in der bekannten Korrelationsarbeit von Krueger und Spearman[1] verwiesen werden. Die rechnerische Elimination dieser Fehler gründet sich teilweise auf die sogenannte multiple Korrelation mehrerer Variablen, auf welche wegen ihrer fundamentalen Wichtigkeit hier noch eingegangen werden muß. Spearman und Krueger benutzen nur eine spezielle Formel dieser Art (die Korrektionsformel); wir wollen hier gleich die allgemeinen Formeln betrachten, wie sie von Yule[2] entwickelt worden sind.

Ein Korrelationskoeffizient, der in der vorhin geschilderten Weise gewonnen wurde, wird im allgemeinen die Beziehung zwischen den beiden in Frage stehenden Merkmalen nicht rein zum Ausdruck bringen, da es uns z. B. kaum jemals gelingen wird, ein durchaus homogenes Material zu erlangen. In Wirklichkeit handelt es sich dann nicht um zwei, sondern mehr Variable. Die übrigen, nicht zur Untersuchung gehörigen Variablen greifen natürlich störend in den zu untersuchenden Zusammenhang ein und fälschen den Koeffizienten, der durch die nicht hergehörigen Faktoren sowohl vergrößert, wie auch verringert werden kann. Es ist nun von Wichtigkeit, daß die

[1] F. Krueger und C. Spearman, Die Korrelation zwischen verschiedenen geistigen Leistungsfähigkeiten. *ZPs* **44**, 50 ff. 1907.

[2] G. Udny Yule, On the Theory of Correlation for any Number of Variables, treated by a New System of Notation. *ProRoSoc* A 79, 182—193. 1907. An Introduction to the Theory of Statistics. London 1912. S. 229 ff.

multiple Korrelation ein Mittel sozusagen zur „Reindarstellung" der Koeffizienten an die Hand gibt. Es ist nämlich möglich, Koeffizienten zu berechnen für die Abhängigkeit einer Variablen von einer anderen, während sämtliche anderen wirksamen Faktoren konstant gehalten werden. Während das zu Beginn dieses Abschnittes beschriebene Rechenverfahren nur totale Korrelationen liefert, können wir mit Hilfe der multiplen Korrelation partielle Korrelationen erhalten, welche ja, wie eingangs betont wurde, das eigentliche Ziel jeder auf Analyse ausgehenden Wissenschaft bilden müssen. Wir gehen bei Darstellung dieses der partiellen Differentiation ganz analogen Verfahrens am besten von den Regressionen aus, die wir als linear annehmen. Bezeichnen wir ähnlich wie vorhin (s. S. 18) die Abweichungen von den zugehörigen arithmetischen Mitteln mit x_1, x_2, x_3, ..., x_n, so stellen sich die Regressionsgleichungen in folgender Form dar:

$$\begin{aligned}
x_1 &= b_{12\cdot 34\ldots n}\, x_2 + b_{13\cdot 24\ldots n}\, x_3 + b_{14\cdot 23\ldots n}\, x_4 + \ldots \\
&\qquad \ldots + b_{1n\cdot 23\ldots n-1}\, x_n \\
x_2 &= b_{21\cdot 34\ldots n}\, x_1 + b_{23\cdot 14\ldots n}\, x_3 + b_{24\cdot 13\ldots n}\, x_4 + \ldots \\
&\qquad \ldots + b_{2n\cdot 13\ldots n-1}\, x_n \\
&\vdots \\
x_n &= b_{n1\cdot 23\ldots n-1}\, x_1 + b_{n2\cdot 134\ldots n-1}\, x_2 + b_{n3\cdot 12\ldots n-1}\, x_3 + \ldots \\
&\qquad \ldots + b_{nn-\cdot 12\ldots n-2}\, x_{n-1}
\end{aligned}$$

Die b stellen die partiellen Regressionskoeffizienten dar. Dies kommt in den angeführten Indizes dadurch zum Ausdruck, dafs die erste Indizesgruppe auf die zugehörigen Variabeln hinweist und zwar die erste Zahl auf die abhängige, die zweite auf die unabhängige Variable: die zweite Indizesgruppe bezeichnet alle als konstant zu betrachtenden Variabeln. Die Bedeutung der b ist eine sehr einfache: Denken wir uns in der ersten der obigen Gleichungen x_3, x_4, ... x_n konstant gehalten, so ändert sich, falls x_2 um 1 zunimmt, x um $b_{12\cdot 34\ldots n}$ Einheiten.

Wie nun bei nur zwei Variabeln

$$r = \sqrt{b_{12}\cdot b_{21}} \qquad \text{ist,}$$

so im Falle von n-Variabeln:

$$r_{12\cdot 34\ldots n} = \sqrt{b_{12\cdot 34\ldots n}\cdot b_{21\cdot 34\ldots n}}$$

Dieser Koeffizient läfst sich durch Koeffizienten niedrigerer Ordnung ausdrücken. Dies ist wichtig, da man im allgemeinen nicht die Koeffizienten der Regression (die b), sondern die Korre-

lationskoeffizienten berechnen wird. Durch prinzipiell nicht schwierige, jedoch etwas langwierige Rechnungen, die wir hier besser bei Seite lassen, erhält YULE:

$$r_{12\cdot 34\cdots n} = \frac{r_{12\cdot 34\cdots (n-1)} - r_{1n\cdot 34\cdots (n-1)} \cdot r_{2n\cdot 34\cdots (n-1)}}{\sqrt{(1-r^2_{1n\cdot 34\ldots (n-1)})\ (1-r^2_{2n\cdot 34\ldots (n-1)})}}$$

Angewandt auf den Fall dreier Veränderlichen:

$$r_{12\cdot 3} = \frac{r_{12} - r_{13}\cdot r_{23}}{\sqrt{(1-r^2_{13})\ (1-r^2_{23})}}$$

Im Falle von vier Veränderlichen:

$$r_{12\cdot 34} = \frac{r_{12\cdot 3} - r_{14\cdot 3}\cdot r_{24\cdot 3}}{\sqrt{(1-r^2_{14.3})\ (1-r^2_{24.3})}}$$

Aufser der auf die Beseitigung der systematischen Fehler gerichteten Korrektionsformel hat SPEARMAN, der seit Jahren der psychologischen Fehlertheorie seine besondere Aufmerksamkeit zugewendet hat, nun noch eine Formel zur Beseitigung des Einflusses der zufälligen Fehler vorgeschlagen und in mannigfacher Form angewendet. Auf alle jene Formen einzugehen, ist hier nicht der Ort. Schon in ihrer einfachsten Form, wie sie von KRUEGER und SPEARMAN als „Ergänzungsformel" verwendet wurde, hat sie mannigfachen Widerspruch erfahren. W. BROWN [1] versuchte sie auf Grund eines ziemlich umfänglichen Materials zu widerlegen; doch hat SPEARMAN die Art der BROWNschen Beweisführung nicht als ausreichend anerkennen können. Wir kommen später auf diese Frage zurück. Vorläufig sei nur bemerkt, dafs in der vorliegenden Arbeit die Ergänzungsformel nicht zur Anwendung gelangt; vielmehr sind hier die Korrelationen der Mittelwerte einer Anzahl von Versuchsreihen festgestellt worden, so dafs die Koeffizienten, um mit SPEARMAN und KRUEGER zu sprechen, als „auf faktischem Wege ergänzt" zu betrachten sind.

Es sei jedoch noch eine spezielle von K. PEARSON vorgeschlagene Korrelationsformel angeführt, die von KRUEGER und SPEARMAN [2] in der oben zitierten Abhandlung benutzt worden ist,

[1] W. BROWN, Some Experimental Results in Correlation. *6CgInPs* 571—576. 1910. — W. BROWN, The Essentials of Mental Measurement. Cambridge 1911 p. 84f.

[2] C. SPEARMAN, *AmJPs* **15**, 72ff. 1904.

um den Einfluſs von Nationalität und Geschlecht zu eliminieren, und die hier zu dem gleichen Zwecke Verwendung finden soll:

$$r = \sin \frac{\pi}{2} \frac{\sqrt{ad} - \sqrt{bc}}{\sqrt{ad} + \sqrt{bc}}$$

Hierin bedeutet

a die Anzahl der Fälle, wo PI begleitet ist von QI;
b ———————, — PII ——————— QI;
c ———————, — PI ——————— QII;
d ———————, — PII ——————— QII;

wenn die Merkmale P und Q in je zwei Abstufungen vorkommen:
PI, PII; QI, QII.

4. Die Ergebnisse.

a) Hauptwerte und Streuungsmaſse.

Die Tabellen I A bis IV A enthalten die Hauptwerte und Streuungsmaſse für die 32 Vpn., welche an den mit der Zwischenzeit 1,5 Sec. ausgeführten Hauptversuchen teilnahmen. Nicht mit aufgeführt sind die Versuchsergebnisse am Farbsättigungsapparat für Vp. 4, sowie die Ergebnisse am Ästhesiometer für Vp. 3. Erstere muſsten weggelassen werden, da Vp. 4 (Verf.) infolge ihrer auſserordentlichen Vertrautheit mit der Apparatur zuweilen durch die bei der Einstellung entstehenden Geräusche in ihrem Urteile beeinfluſst wurde, letztere, weil bei Vp. 3 trotz erheblicher Vergröſserung des Intervalls, sowie der Versuchszahl eine reguläre Urteilsverteilung völlig ausblieb. Wie sich später herausstellte, war der Grund hierfür in einem Miſsverständnisse der Instruktion zu suchen.

Es kann nicht unsere Aufgabe sein, die in den Tabellen verzeichneten Werte im einzelnen zu betrachten. Doch wird es sich kaum umgehen lassen, auf einiges von allgemeinem Interesse, sowie auf die Punkte hinzuweisen, die für die nachfolgende Auswertung der Korrelationen und deren Diskussion von Wichtigkeit sind. Zu diesem Zwecke durchlaufen wir die Tabellen einmal interindividuell, sodann intraindividuell.

Was die Extreme E_u und E_o betrifft, d. h. diejenigen Reizwerte, von denen an nach unten bzw. oben hin das Kleiner- bzw. Gröſserurteil mit Sicherheit auftritt, so ist in den Tabellen I A

Tabelle IA.

E_o	r_o	$\frac{r_o + r_u}{2}$	r_u	E_u	$\frac{r_o - r_u}{2}$	c	M_o	M_u	M
32,00	30,23	29,88	29,53	28,40	0,35	— 0,12	1,28	1,12	1,25
31,20	30,17	30,00	29,83	28,80	0,17	0	0,71	0,53	0,65
31,60	30,00	29,50	29,00	27,20	0,50	— 0,50	1,13	1,48	1,40
31,00	30,10	29,96	29,83	28,60	0,14	— 0,04	0,59	0,55	0,59
30,40	29,80	29,73	29,67	29,00	0,07	— 0,27	0,54	0,55	0,55
31,00	30,17	29,95	29,73	28,40	0,22	— 0,05	0,67	0,77	0,75
31,40	30,00	29,90	29,80	28,80	0,10	— 0,10	0,92	0,84	0,88
31,60	30,53	30,25	29,97	28,60	0,28	+ 0,25	0,91	1,03	1,01
31,40	30,17	29,82	29,47	28,40	0,35	— 0,18	0,58	0,71	0,74
33,20	31,40	30,13	28,87	26,80	1,27	+ 0,13	1,60	1,44	1,98
31,60	29,93	29,53	29,13	27,20	0,40	— 0,47	1,10	0,94	1,10
31,20	30,40	29,80	29,20	28,40	0,60	— 0,20	0,60	0,86	0,95
31,40	30,27	29,78	29,30	28,40	0,48	— 0,22	0,84	0,86	0,98
31,20	30,03	29,61	29,20	28,00	0,42	— 0,39	0,94	0,90	1,01
32,00	30,13	29,03	27,93	26,40	1,10	— 0,97	1,66	1,19	1,82
31,00	29,87	29,65	29,43	28,60	0,22	— 0,35	0,62	0,75	0,73
31,60	29,20	29,16	29,13	27,60	0,04	— 0,84	1,22	1,19	1,20
31,20	29,23	28,96	28,70	27,20	0,26	— 1,04	1,44	1,18	1,34
31,60	30,13	29,53	28,93	27,20	0,60	— 0,47	1,14	1,25	1,34
32,40	30,77	30,50	30,23	28,80	0,27	+ 0,50	1,26	1,28	1,30
32,00	29,73	29,33	28,93	27,20	0,40	— 0,67	1,39	0,96	1,26
33,20	31,33	30,00	28,67	26,40	1,33	0	0,96	1,65	1,89
31,00	29,47	29,38	29,30	27,40	0,08	— 0,62	1,04	0,96	1,00
32,40	29,93	29,78	29,63	28,20	0,15	— 0,22	1,50	1,45	1,49
31,60	30,10	29,70	29,30	28,60	0,40	— 0,30	0.97	0,72	0,94
31,00	30,07	29,97	29,87	29,00	0,10	— 0,03	0,76	0,79	0,78
31,40	30,17	29,80	29,43	28,80	0,37	— 0,20	0,75	0,73	0,82
32,40	30,80	30,03	29,27	27,20	0,76	+ 0,03	1,30	1,21	1,47
32,00	29,53	28,93	28,33	26,40	0,60	— 1,07	1,26	1,32	1,42
31,00	30,07	29,77	29,47	28,60	0,30	— 0,23	0,58	0,69	0,70
31,00	30,23	29,95	29,67	29,00	0,28	— 0,05	0,62	0,61	0,65
31,00	30,10	30,05	30,00	28,60	0,05	+ 0,05	0,84	0,88	0,86

Tabelle IIA.

E_o	r_o	$\frac{r_o + r_u}{2}$	r_u	E_u	$\frac{r_o - r_u}{2}$	c	M_o	M_u	M
288,0	267,7	265,9	264,0	245,2	1,9	— 4,1	11,0	10,8	11,1
281,2	270,4	269,6	268,9	258,7	0,7	— 0,4	7,0	7,2	7,1
297,0	274,5	269,2	264,0	243,0	5,2	— 0,7	11,8	9,5	12,0
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
283,5	268,9	268,1	267,4	258,7	0,7	— 1,9	6,6	6,8	6,8
283,5	268,9	267,9	267,0	256,5	0,9	— 2,1	6,1	6,1	6,2
279,0	269,6	269,2	268,9	254,2	0,4	— 0,7	7,1	7,8	7,5
285,7	269,6	267,6	265,5	256,5	2,1	— 2,4	9,6	7,8	9,0
281,2	271,9	269,4	267,0	261,0	2,4	— 0,6	7,7	5,3	7,1
294,7	282,4	273,6	264,7	249,7	8,8	+ 3,6	10,6	12,4	14,6
306,0	295,5	290,4	285,4	267,7	5,1	+ 20,4	8,9	11,0	11,2
288,0	270,7	268,7	266,6	254,2	2,1	— 1,3	9,7	7,8	9,0
292,5	276,0	269,4	262,9	247,5	6,6	— 0,6	10,2	9,9	12,0
283,5	267,0	263,8	260,6	247,5	3,2	— 6,2	9,6	8,2	9,5
290,2	275,6	267,4	259,1	240,7	8,2	— 2,6	13,9	14,7	16,5
283,5	267,4	266,1	264,7	256,5	1,3	— 3,9	7,2	7,7	7,6
283,5	268,5	268,5	268,5	258,7	0	— 1,5	8,1	8,1	8,1
301,5	269,6	268,3	267,0	247,5	1,3	— 1,7	15,7	15,6	15,7
285,7	269,9	266,2	262,9	243,0	3,4	— 3,7	11,0	10,1	11,1
294,7	273,4	270,2	267,0	249,7	3,2	+ 0,2	16,7	15,1	16,2
297,0	275,2	270,4	265,5	247,5	4,9	+ 0,4	12,9	10,3	12,7
288,0	265,5	255,4	245,2	234,0	10,1	— 14,6	12,1	6,4	14,0
283,5	270,4	270,0	269,6	256,5	0,4	0	8,2	8,6	8,4
290,2	271,1	270,2	269,2	258,7	0,9	+ 0,2	8,1	6,0	7,2
299,2	274,1	271,9	269,6	252,0	2,2	+ 1,9	16,2	15,3	15,9
281,2	274,1	272,8	271,5	263,2	1,3	+ 2,8	5,1	5,9	5,7
285,7	267,0	262,9	258,7	249,7	4,1	— 7,1	7,8	7,1	8,5
288,0	273,7	268,7	263,6	243,0	5,1	— 1,3	9,4	11,2	11,7
290,2	274,9	271,5	268,1	245,2	3,4	+ 1,5	14,2	14,0	14,5
285,7	274,5	279,0	265,5	256,6	4,5	0	7,8	7,3	8,8
281,2	273,0	268,9	264,7	258,7	4,1	— 1,1	6,3	6,0	7,4
283,5	269,6	269,1	268,5	254,2	0,6	— 0,9	8,7	8,1	8,4

Tabelle IIIA.

E_o	r_o	$\frac{r_o + r_u}{2}$	r_u	E_u	$\frac{r_o - r_u}{2}$	c	M_o	M_u	M
75,0	62,9	61,5	60,0	42,5	1,5	+ 6,5	9,9	8,9	9,5
67,5	56,2	54,6	52,9	45,0	1,7	— 0,4	7,9	9,3	8,8
67,5	60,0	58,7	57,5	47,5	1,2	+ 3,7	6,2	6,7	6,6
65,0	53,7	52,9	52,1	45,0	0,8	— 2,1	5,4	4,5	5,0
67,5	60,0	59,2	58,3	47,5	0,8	+ 4,2	5,4	6,2	5,9
72,5	54,2	52,9	51,7	40,0	1,2	— 2,1	8,3	5,4	7,0
67,5	57,9	57,5	57,1	42,5	0,4	+ 2,5	9,2	10,0	9,6
70,0	62,9	61,2	60,0	45,0	1,7	+ 6,2	6,2	7,7	7,2
65,0	59,2	55,8	52,5	40,0	3,3	+ 0,8	6,9	8,5	8,4
77,5	62,1	56,9	51,7	37,5	5,2	+ 1,9	11,4	12,0	12,8
67,5	58,8	56,2	54,2	42,5	2,1	+ 1,2	6,0	6,7	6,7
75,0	62,9	59,2	56,2	50,0	3,3	+ 4,6	7,7	7,6	8,4
72,5	64,2	59,4	54,6	42,5	4,8	+ 4,4	6,7	8,6	9,1
82,5	72,9	68,3	63,7	47,5	4,5	+ 13,3	7,1	7,9	9,0
80,0	72,9	64,0	55,0	45,0	9,0	+ 9,0	6,2	7,0	11,2
70,0	62,1	60,6	59,2	47,5	1,5	+ 5,6	6,6	6,8	6,9
75,0	49,2	48,7	48,3	37,5	0,4	— 6,2	10,8	9,4	10,2
77,5	56,7	54,7	52,9	35,0	1,8	— 0,3	12,1	13,5	12,8
67,5	56,7	55,4	54,2	45,0	1,2	+ 0,4	6,0	5,5	5,9
72,5	62,1	59,2	56,2	45,0	2,9	+ 4,2	8,5	9,5	9,5
62,5	54,6	51,4	48,3	40,0	3,1	— 3,5	6,1	5,1	6,5
80,0	68,3	57,9	47,5	35,0	10,4	+ 2,9	13,4	16,8	18,4
70,0	60,8	60,2	59,6	42,5	0,6	+ 5,2	9,1	9,5	9,3
75,0	61,7	60,6	59,6	42,5	1,0	+ 5,6	10,1	10,2	10,2
72,5	57,5	54,8	52,1	42,5	2,7	— 0,2	5,7	6,2	6,6
70,0	60,8	60,4	60,0	42,5	0,4	+ 5,4	7,1	7,6	7,4
72,5	54,2	49,4	44,6	30,0	4,8	— 5,6	11,0	12,2	12,6
82,5	66,2	61,0	55,8	40,0	5,2	+ 6,0	9,0	11,7	11,7
75,0	59,6	57,9	56,2	47,5	1,7	+ 2,9	7,3	7,2	7,4
67,5	61,2	57,8	54,4	40,0	3,4	+ 2,8	5,6	8,2	7,6
70,0	58,3	55,6	52,9	47,5	2,7	+ 0,6	7,6	6,1	7,4
67,5	57,9	57,5	57,1	45,0	0,4	+ 2,5	6,7	7,0	6,9

Tabelle IV A.

E_o	r_o	$\frac{r_o + r_u}{2}$	r_u	E_u	$\frac{r_o - r_u}{2}$	c	M_o	M_u	M
49,0	43,7	43,6	43,5	34,0	0,1	+ 3,6	4,2	4,3	4,3
43,5	40,4	40,2	40,0	36,0	0,2	+ 0,2	2,4	2,5	2,4
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
43,0	40,2	39,4	38,7	36,0	0,7	— 0,6	2,3	1,7	1,9
44,0	39,9	39,8	39,7	35,0	0,1	— 0,2	3,2	3,4	3,3
49,0	40,8	39,8	38,8	25,0	1,0	— 0,2	9,6	9,9	9,8
43,0	40,4	40,2	40,0	37,5	0,2	+ 0,2	2,4	2,4	2,4
44,5	40,7	39,9	39,1	36,0	0,8	— 0,1	1,9	2,5	2,4
46,0	41,5	39,7	38,0	35,0	1,7	— 0,2	2,6	2,7	3,2
52,0	45,0	42,7	40,3	30,0	2,3	+ 2,7	6,7	7,2	7,3
44,0	35,5	34,5	33,5	28,0	1,0	— 5,5	5,9	5,0	5,6
47,0	42,2	40,5	38,8	33,0	1,7	+ 0,5	3,2	3,7	4,5
42,5	39,9	38,4	36,9	33,0	1,5	— 1,6	2,6	3,2	3,3
46,0	42,0	40,2	38,5	37,0	1,7	+ 0,2	2,3	2,0	2,8
46,0	42,8	38,8	35,0	31,0	3,8	— 1,2	2,6	3,8	5,0
43,0	40,4	40,0	39,7	37,0	0,4	+ 0,1	2,1	2,1	2,2
47,0	39,2	38,8	38,5	30,0	0,3	— 1,2	5,0	4,7	4,9
48,0	36,3	35,9	35,5	26,0	0,4	— 4,1	9,1	10,9	10,0
44,0	41,8	40,9	40,0	35,0	0,9	+ 0,9	1,9	2,6	2,4
43,5	41,3	40,4	39,4	33,5	1,0	+ 0,4	3,1	3,5	3,4
52,0	37,3	36,2	35,0	26,0	1,2	— 3,8	9,8	8,8	9,4
58,0	46,3	42,0	37,7	28,0	4,3	+ 2,0	5,5	6,0	7,3
47,0	40,7	40,5	40,3	35,5	0,2	+ 0,5	4,1	4,1	4,1
45,0	39,0	38,5	38,0	34,0	0,5	— 1,5	2,8	3,1	3,0
44,5	40,7	40,4	40,1	34,0	0,3	+ 0,4	2,8	3,2	3,0
45,5	40,6	40,4	40,2	37,0	0,2	+ 0,4	2,5	1,8	2,2
49,0	42,8	41,6	40,3	31,0	1,2	+ 1,6	5,6	5,8	5,9
53,0	41,8	40,6	39,3	30,0	1,2	+ 0,6	5,0	4,9	5,1
45,0	39,3	39,0	38,7	32,0	0,3	— 1,0	4,9	4,9	4,9
43,0	40,7	40,1	39,5	36,5	0,6	+ 0,1	2,3	2,5	2,4
43,5	41,3	41,1	40,8	37,0	0,2	+ 1,1	2,1	2,2	2,2
47,0	38,0	37,7	37,5	29,0	0,2	— 2,2	5,1	5,7	5,4

und IV A bei der Mehrzahl der Vpn. $E_o - r$ kleiner als $r - E_u$ (r = Normalreiz), während bei den Schallversuchen (Tab. III A) gerade das Gegenteil der Fall ist; hier ist nur bei vier Vpn. $E_o - r < r - E_u$. In Tabelle II A ist $E_o - r$ in 14 unter 31 Fällen gröfser als $r - E_u$, in 10 Fällen kleiner, in 7 Fällen gleich. Es ist nicht unwahrscheinlich, dafs das in gewissem Sinne gegensätzliche Verhalten der Vpn. bei I A und IV A einerseits, III A andererseits mit dem Gegensatzcharakter der Reize (Extensitäten — Intensitäten) zusammenhängt. Jedenfalls werden derartige Gegensätze in der Folge noch öfters zutage treten. Die Mittelstellung der Farbsättigungsversuche ist hierbei nicht uninteressant.

Diesem Tatbestande entsprechen im grofsen ganzen die Äquivalenzwerte und die mittleren Schätzungsfehler. In der Versuchsgruppe I A sind unter den 32 Äquivalenzwerten 25 kleiner als der Normalreiz, die zugehörigen mittleren Schätzungsfehler also negativ, während bei Versuchsgruppe III A unter 32 Äquivalenzwerten 21 gröfser als der Normalreiz, die ihnen entsprechenden mittleren Schätzungsfehler also positiv sind. Bemerkenswert ist, dafs trotz der oben festgestellten Tendenz der E_o und E_u bei II A 21 unter 31 Äquivalenzwerten kleiner als der Normalreiz sind, die mittleren Schätzungsfehler also negativ. Ebenso tritt bei IV A die in den E_o und E_u sich ausdrückende Schätzungstendenz nicht so klar hervor wie bei den Äquivalenzwerten, von denen 16 kleiner, 14 gröfser als der Normalreiz sind (unter 31 Vpn.). Wir werden späterhin sehen, dafs dies auch den Feststellungen der qualitativen Analyse entspricht.

Endlich kommen jene Schätzungstendenzen auch in der Gröfse der Unterschiedsschwellen zum Ausdruck. Bei I A und II A sind die oberen Unterschiedsschwellen $S_o = r_o - r$ in der überwiegenden Anzahl (I A: 25 unter 32; II A: 22 unter 31) kleiner als die unteren $S_u = r - r_u$, bei III A hingegen in der Mehrzahl der Fälle gröfser (24 unter 32). Bei IV A endlich tritt eine derartige charakteristische Einseitigkeit nicht auf: hier sind von den 31 oberen Unterschiedsschwellen 17 gröfser, 14 kleiner als die unteren Unterschiedsschwellen.

Die mittleren Unterschiedsschwellen sämtlicher 4 Versuchsgebiete folgen im ganzen ein und derselben charakteristischen Verteilung: sie scharen sich auffällig dicht um den zugehörigen Mittelwert;[1] daneben kommen einige erheblich gröfsere Schwellen-

[1] Vgl. Tafel I u. II im Anhang.

werte vor. Die ganz vereinzelt auftretenden Nullwerte der Schwellen würden jedenfalls bei gröfserer Versuchszahl in Wegfall gekommen sein; sie dürfen selbstverständlich nicht rein mathematisch interpretiert werden, vielmehr sind sie als sehr kleine Schwellenwerte anzusehen. Rechnerische Schwierigkeiten würden aus den Nullschwellen erwachsen, falls wir die Korrelation der Unterschiedsempfindlichkeiten untersuchen wollten, da

$$E = c\,\frac{1}{S};$$

wir berechnen jedoch hier ohne weiteres die Korrelationen der Schwellenwerte, so dafs eine Division durch Null gar nicht auftritt.

Was die Streuungsmafse M_o und M_u betrifft, so zeigen sich höchstens bei III A und IV A besondere Tendenzen, sofern bei III A in 23 Fällen (von 32) $M_o < M_u$, bei IV A in 20 Fällen (von 31). Bei I A ist in ganz gleichmäfsiger Verteilung M_o bald gröfser, bald kleiner als M_u. Bei den Farbsättigungsversuchen (Gruppe II A) scheint M_o die Tendenz zu haben, M_u zu überwiegen (19 unter 31). Wieweit dies jedoch als charakteristisch betrachtet werden darf, hängt von der Zuverlässigkeit der M_o- und M_u-Bestimmung, ab, auf welche wir später zurückkommen werden.

Hinsichtlich der Gesamtstreuungen M sei auf die in Tafel I u. II des Anhangs gegebene graphische Darstellung verwiesen, welche im Gegensatz zu den Schwellenverteilungen sämtlich — wenngleich mit grofsen, durch die verhältnismäfsig geringe Anzahl der Personen bedingten Unebenheiten — Tendenz zur Gaussschen Kurve zeigen. Es ist dies von besonderem Interesse, weil man annehmen darf, dafs hier eine Mischung der Argumente in dem von Bruns[1] definierten Sinne vorliegt, während bei den Schwellenverteilungen, die, wie die meisten Verteilungen der Biometrie, starke Asymmetrie aufweisen, Eindeutigkeit des Arguments angenommen werden kann. Psychologisch gesprochen, würde dies besagen, dafs man die Unterschiedsschwelle S im grofsen ganzen als Repräsentanten eines bestimmten einzelnen Faktors betrachten kann, während die Gesamtstreuung als Repräsentant einer Anzahl wirksamer Faktoren anzusehen

[1] Vgl. hierzu: Bruns, Wahrscheinlichkeitsrechnung und Kollektivmafslehre. Leipzig 1906. S. 132—139.

ist. Für die psychologische Analyse böte hiernach gerade die Diskussion des M und der Streuungswerte überhaupt erheblichere Schwierigkeiten. Dies wird sich späterhin auch im vorliegenden Falle zeigen.

Von Interesse sind endlich die Durchschnitte der berechneten Werte. Bei den Durchschnitten der mittleren Unterschiedsschwellen führen wir gleichzeitig die relativen U.-S. an, wodurch die hier erhaltenen Resultate mit den aus der Literatur bekannten vergleichbar werden (Tab. V).

Tabelle V.

	I A	II A	III A	IV A
A	29,73	269,1	57,6	39,7
c	−0,27	−0,9	+2,6	−0,3
$\|c\|$	0,36	2,5	3,9	1,2
r_o	30,13	272,2	60,2	40,7
r_u	29,33	265,9	54,9	38,8
$\frac{r_o - r_u}{2}$	0,42	3,2	2,7	1,0
— (rel.)	$0{,}014 = \frac{1}{71}$	$0{,}012 = \frac{1}{83}$	$0{,}05 = \frac{1}{20}$	$0{,}025 = \frac{1}{40}$
M_o	0,99	9,8	7,9	4,1
M_u	0,98	9,3	8,4	4,2
M	1,09	10,5	8,8	4,4

Die in der Literatur mitgeteilten Unterschiedsschwellen sind im allgemeinen nicht direkt mit den hier erhaltenen Werten vergleichbar, da in den meisten Fällen — die Unterschiedsempfindlichkeit für Schallintensitäten natürlich ausgenommen — die Reize simultan dargeboten wurden. Trotzdem mögen einige solche Werte zum Vergleich herangezogen werden. Die Unterschiedsschwelle für simultan gebotene Raumstrecken schwankt nach Fechner, Volkmann und Chodin[1] zwischen $^1/_{40}$ und $^1/_{100}$; bei horizontaler Lage der Reize zeigt sich gröfsere Unterschiedsempfindlichkeit. Was die Vergleichung von Farbsättigungsgraden betrifft, so stellte Woinow[2] als Unterschiedsschwelle für Rot $^1/_{120}$ fest (in unseren Versuchen beträgt die U.-S. etwa $^1/_{80}$), während

[1] Fechner, Elemente der Psychophysik **1**, 233 ff. 1860. — Volkmann, Physiologische Untersuchungen, S. 129 ff. — Chodin, *ArO* **23** (1), 99 ff. 1877.

[2] Woinow, *ArO* **16** (1). 1870. — Aubert, Physiologie der Netzhaut, S. 138 f.

Aubert 2—3° als merkliche Farbendifferenz bezeichnet, was mit dem von uns erhaltenen Werte ziemlich gut übereinstimmen würde. Keller fand als Unterschiedsschwelle für Schallintensitäten den Durchschnittswert $^1/_{10}$; im vorliegenden Falle ergab sich eine weit feinere Schwelle (rund $^1/_{20}$), was mit den Ergebnissen von Merkel, die freilich nach der Minimalmethode gewonnen wurden, gut übereinstimmt.[1]

Endlich seien hier gleich noch die Durchschnittswerte für die männlichen und weiblichen Vpn. gesondert aufgeführt, wiewohl die Nebeneinanderstellung dieser Werte nicht völlig einwandfrei ist, da eine weit gröfsere Anzahl männlicher als weiblicher Vpn. untersucht wurde. Die hierbei auftretenden Unterschiede bzw. Tendenzen werden wir später zusammenfassend betrachten (S. 40 f.).

Tabelle VI.

	I A		II A		III A		IV A	
	m	*w*	*m*	*w*	*m*	*w*	*m*	*w*
A	29,77	*29,57*	268,2	*272,3*	58,8	*55,2*	40,0	*38,5*
c	— 0,23	*— 0,43*	— 1,8	*+ 2,3*	+ 3,8	*+ 0,2*	0	*— 1,5*
$\|c\|$	0,23	*0,43*	2,2	*3,1*	4,4	*2,9*	0,9	*1,8*
r_o	30,12	*29,88*	271,0	*274,7*	61,2	*57,0*	40,9	*39,2*
r_u	29,42	*29,27*	265,5	*269,0*	56,0	*53,5*	39,1	*37,9*
$\frac{r_o - r_u}{2}$	0,35	*0,31*	2,8	*2,8*	2,5	*1,7*	0,9	*0,6*
$\frac{\quad}{\quad}$ (rel.)	0,012	*0,010*	0,010	*0,010*	0,045	*0,031*	0,022	*0,015*
M_o	0,93	*1,07*	10,0	*9,3*	7,5	*7,8*	3,4	*5,3*
M_u	0,91	*1,03*	9,6	*8,7*	8,3	*7,3*	3,7	*5,1*
M	1,00	*1,00*	10,3	*9,6*	8,6	*7,9*	3,8	*5,2*

Durchlaufen wir endlich die Tabelle intraindividuell, d. h. betrachten wir die Schwellen jeder Vp. auf allen 4 Versuchsgebieten, darnach die Streuungen auf allen 4 Gebieten usw., so bemerken wir, dafs die Vp. im allgemeinen entweder auf allen 4 Gebieten grofse oder überall kleine Unterschiedsschwellen be-

[1] Keller, Die Methode der mehrfachen Fälle im Gebiete der Schallempfindungen und ihre Beziehung zur Methode der Minimaländerungen. *PsSd* **3**, 49 ff. 1907. — Merkel, Das psychologische Grundgesetz in bezug auf Schallstärken. *PhSd* **4**, 288. 1887.

sitzt. Bei den M tritt eine solche Tendenz nicht allgemein hervor, noch weniger bei den mittleren Schätzungsfehlern.

Die Tabellen IB—IVB.[1]

Die in den Tabellen IB—IVB verzeichneten Ergebnisse der mit der Zwischenzeit 2,5 Sek. ausgeführten Versuche geben hinsichtlich der Schätzungs- und Streuungstendenzen im allgemeinen dasselbe Bild wie die Tabellen IA—IVA; eine auffällige Änderung zeigt sich nur in den Äquivalenzwerten, sowie den oberen und unteren Unterschiedsschwellen von IIB gegenüber IIA. Es wird sich empfehlen, die Verhältnisse von IA—IVA und IB—IVB in tabellarischer Form darzustellen, zumal gerade hierdurch von neuem gezeigt wird, wie man schon mit wenigen Vollreihen zu verhältnismäfsig recht sicheren Ergebnissen gelangen kann. Die Ergebnisse zweier Vpn., die sich sehr spät zur Teilnahme an den Versuchen entschlossen hatten und daher nur an den Versuchen der Gruppe A teilnehmen konnten, müssen natürlich bei dieser Gegenüberstellung unberücksichtigt bleiben (Vpn. 10 und 22).

Tabelle VII, 1.

Lage der Extremwerte zum Normalreiz.

	$E_o - r > r - E_u$	$E_o - r < r - E_u$	$E_o - r = r - E_u$
IA	7	20	3
IB	7	21	2
IIA	13	9	7
IIB	13	13	3
IIIA	23	4	3
IIIB	19	6	5
IVA	9	17	3
IVB	9	17	3

[1] Die Tabellen IB—IVB, wie auch die später noch zu besprechenden Tabellen Ia—IVa und Ib—IVb sind aus praktischen Gründen nicht abgedruckt worden; Interessenten werden die Tabellen der Rohwerte vom Archiv des Instituts für angewandte Psychologie auf Wunsch zur Verfügung gestellt.

Tabelle VII, 2.

Äquivalenzwerte.

	$A>r$	$A<r$	$A=r$
I A	4	25	1
I B	3	27	—
II A	7	20	2
II B	17	12	—
III A	22	8	—
III B	22	8	—
IV A	14	14	1
IV B	16	13	—

Tabelle VII, 3.

Obere und untere Unterschiedsschwelle.

	$r_o-r>r-r_u$	$r_o-r<r-r_u$	$r_o-r=r-r_u$
I A	4	25	1
I B	3	27	—
II A	7	21	1
II B	15	13	2
III A	22	8	—
III B	22	8	—
IV A	15	14	—
IV B	16	13	—

Tabelle VII, 4.

	$M_o > M_u$	$M_o < M_u$	$M_o = M_u$
I A	15	14	1
I B	18	10	2
II A	18	9	2
II B	17	9	3
III A	9	21	—
III B	16	13	1
IV A	7	18	4
IV B	12	14	3

Ob und inwieweit die oben erwähnten Änderungen in den Äquivalenzwerten und Unterschiedsschwellen von II durch die Verlängerung der Zwischenzeit bedingt sind, kann natürlich nicht ohne weiteres gefolgert werden, ebensowenig wie Veränderungen der M_o und M_u bei III und IV (s. Tab. VII, 4) der Verlängerung der Zwischenzeit zur Last gelegt werden können. Dies wird vielmehr erst dann geschehen können, wenn gezeigt ist, dafs bei ein und derselben Zwischenzeit jene Werte hinreichend feste Verteilung ergeben. Dies darzutun, ist Aufgabe der hier nicht mitgeteilten Tabellen I a—IV a und I b—IV b. Da die Versuche I B—IV B den Versuchen I A—IV A folgten, wäre es ja nicht unmöglich, dafs in derartigen Verschiebungen sich Übungseinflüsse geltend machten.

Auch hier sind natürlich die Durchschnitte über die erhaltenen Werte im ganzen, sowie für die Fraktionen nach dem Geschlecht von Interesse. Wir geben sie gleich in übersichtlicher Form, wobei gleichzeitig die bei Benutzung der ersten Zwischenzeit erhaltenen Werte (unter Auslassung der Vpn. 12 und 22) mit aufgeführt werden sollen (s. Tab. VIII und IX).

Durchlaufen wir endlich die Tabellen I B – IV B intraindividuell, so beobachten wir in Übereinstimmung mit den Tabellen I A—IV A eine Art Proportionalität der mittleren Unterschiedsschwellen, während wiederum bei den M und den c eine derartige Korrespondenz kaum zu beobachten ist.

Tabelle VIII.

	I A	I B	II A	II B	III A	III B	IV A	IV B
A	29,73	29,63	269,1	270,8	57,6	58,1	39,7	39,7
c	−0,27	−0,37	−0,9	+0,8	+2,6	+3,1	−0,3	−0,3
$\|c\|$	0,36	0,43	2,5	3,2	3,9	4,1	1,2	1,3
r_o	30,05	29,95	272,1	273,3	59,9	60,1	40,4	40,5
r_u	29,37	29,30	266,6	268,4	55,3	56,1	38,8	39,0
$\frac{r_o - r_u}{2}$	0,34	0,32	2,8	2,4	2,3	2,0	0,8	0,7
$\frac{\quad}{\quad}$ (rel.)	$0{,}01_1$	$0{,}01_1$	$0{,}01_0$	0,01 (0,009)	0,04	0,04	0,025	0,018
M_o	0,97	0,94	9,7	9,2	7,6	7,5	3,9	4,1
M_u	0,94	0,84	8,7	9,5	8,0	7,5	4,1	4,2
M	1,03	0,99	10,1	9,9	8,4	7,9	4,2	4,3

Tabelle IX.

		IA	IB	IIA	IIB	IIIA	IIIB	IVA	IVB
A	m	29,77	29,56	268,2	269,8	58,8	58,1	40,0	40,2
	w	*29,57*	*29,74*	*272,3*	*272,9*	*55,2*	*58,6*	*38,5*	*38,4*
c	m	−0,23	−0,44	−1,8	−0,2	+3,8	+3,1	0	+0,2
	w	*−0,43*	*−0,26*	*+2,3*	*+2,9*	*+0,2*	*+3,6*	*−1,5*	*−1,6*
$\lvert c \rvert$	m	0,23	0,46	2,2	3,1	4,4	4,0	0,9	1,1
	w	*0,43*	*0,35*	*3,1*	*3,6*	*2,9*	*4,3*	*1,8*	*1,9*
r_o	m	30,12	29,92	271,0	272,6	61,2	60,7	40,9	41,0
	w	*29,88*	*30,03*	*274,7*	*274,7*	*57,0*	*58,7*	*39,2*	*39,1*
r_u	m	29,42	29,23	265,5	267,2	56,0	56,2	39,1	39,4
	w	*29,27*	*29,46*	*269,0*	*271,0*	*53,5*	*56,0*	*37,9*	*37,8*
$\frac{r_o - r_u}{2}$	m	0,35	0,34	2,8	2,7	2,5	2,2	0,9	0,8
	w	*0,31*	*0,29*	*2,8*	*1,8*	*1,7*	*1,4*	*0,6*	*0,5*
——— (rel.)	m	$0{,}01_2$	$0{,}01_1$	0,010	0,010	0,046	0,04	0,022	0,02
	w	*$0{,}01_0$*	*0,0097*	*0,010*	*0,006*	*0,031*	*0,025*	*0,015*	*0,012*
M_o	m	0,93	0,86	10,0	9,4	7,5	7,5	3,4	3,7
	w	*1,07*	*1,14*	*9,3*	*8,9*	*7,8*	*7,5*	*5,3*	*5,1*
M_u	m	0,91	0,78	9,6	9,6	8,3	7,4	3,7	3,9
	w	*1,03*	*0,97*	*8,7*	*9,4*	*7,3*	*7,7*	*5,1*	*5,1*
M	m	1,00	0,94	10,3	10,6	8,6	8,0	3,8	4,0
	w	*1,10*	*1,12*	*9,6*	*9,5*	*7,9*	*7,7*	*5,3*	*5,1*

Die Tabellen Ia—IVa und Ib—IVb.

Um die Sicherheit der erhaltenen Werte einigermafsen beurteilen zu können, wurden die Hauptwerte und Streuungsmafse für je zwei der vier mit der Zwischenzeit 2,5 Sek. ausgeführten Vollreihen gesondert berechnet und in den Tabellen Ia—IVa und Ib—IVb zusammengestellt. a bedeutet hierbei die ersten, b die letzten beiden Vollreihen der Versuchsgruppen B; der Buchstabe B wurde in die Bezeichnung der Tabellen und späterhin auch der Korrelationskoeffizienten nicht aufgenommen, da eine derartige Fraktionierung bei den A-Versuchsgruppen nicht vorgenommen wurde.

Wenn auch die Anzahl der Reihen, aus denen hier die Hauptwerte und Streuungsmafse berechnet wurden, äufserst gering ist im Vergleich zu den enormen Versuchszahlen, welche gewöhnlich die generelle Psychologie zur Charakterisierung ihrer Vpn. benutzt, so zeigen sich dennoch eine Reihe bleibender Eigentümlichkeiten. Bereits die Extreme E_o und E_u, die im all-

gemeinen als sehr schwankend gelten, zeigen bei einer beträchtlichen Anzahl von Vpn. Konstanz oder doch nur geringe Schwankungen. Gröfsere Konstanz zeigt sich hinsichtlich der Äquivalenzwerte, sowie der oberen und unteren, wie auch der mittleren Unterschiedsschwellen. Inwieweit der Grad der Konstanz abhängig ist von der Eigenart des Versuchsgebietes, wird weiter unten in den betreffenden Korrelationskoeffizienten zum Ausdruck kommen. Wie früher verschaffen wir uns auch hier ein Bild von den eigentümlichen Tendenzen der verschiedenen Werte, indem wir nacheinander das Gröfsenverhältnis von $E_o - r$ und $r - E_u$, die Gröfse des Äquivalenzwertes (in Beziehung auf den Normalreiz), das Gröfsenverhältnis von r_o und r_u, sowie das von M_o und M_u ins Auge fassen. Dabei berücksichtigen wir lediglich die Ergebnisse der 28 Vpn., welche an sämtlichen vier Versuchsgebieten teilgenommen haben.

Tabelle X, 1.

	$E_o - r > r - E_u$	$E_o - r < r - E_u$	$E_o - r = r - E_u$
Ia	4	19	5
Ib	7	19	2
IIa	15	11	2
IIb	11	12	5
IIIa	16	7	5
IIIb	20	5	3
IVa	7	16	5
IVb	10	14	4

Tabelle X, 2.

	$A > r$	$A < r$	$A = r$
Ia	4	23	1
Ib	3	24	1
IIa	16	11	1
IIb	13	13	2
IIIa	16	7	5
IIIb	20	7	1
IVa	11	13	4
IVb	13	12	3

Tabelle X, 3.

	$r_o - r > r - r_u$	$r_o - r < r - r_u$	$r_o - r = r - r_u$
Ia	4	24	—
Ib	3	24	1
IIa	16	11	1
IIb	13	13	2
IIIa	16	7	5
IIIb	20	7	1
IVa	11	13	4
IVb	13	12	3

Tabelle X, 4.

	$M_o > M_u$	$M_o < M_u$	$M_o = M_u$
Ia	17	7	4
Ib	13	14	1
IIa	12	13	3
IIb	12	11	5
IIIa	11	12	5
IIIb	12	11	5
IVa	10	13	5
IVb	7	13	8

Danach scheint das Gröfsenverhältnis von $E_o - r$ und $r - E_u$ ziemlich konstant festgehalten zu werden beim Vergleichen optisch gebotener Raumstrecken und beim Vergleichen von Schallintensitäten, während beim Vergleichen von Farbsättigungen und dem Vergleichen taktil gegebener Raumstrecken in dieser Hinsicht eine variablere Haltung zu beobachten ist. Ähnliches gilt von der Gröfse des Äquivalenzwertes: bei I und III beobachteten wir sich als beständig erweisende Einseitigkeiten, bei II und IV hingegen eine wohl mehr oder weniger zufällige Variation; ähnliches gilt auch von dem Gröfsenverhältnis von r_o und r_u. Das Verhältnis von M_o und M_u endlich zeigt keine auffälligen Einseitigkeiten; die bei Ia auftretende Einseitigkeit kann wohl nach der bei Ib auftretenden Verteilung als zufällig betrachtet werden.

Was die Verteilung der mittleren Unterschiedsschwellen und der Gesamtstreuungen M betrifft, so ist auf die im Anhang (Tafel III und IV) gegebenen graphischen Darstellungen zu verweisen. Besonders sicher erscheinen hiernach die Schwellenwerte, deren Verteilungen bei der Wiederholung ganz unwesentliche Veränderungen erfahren; die bei III und IV auftretende Zuspitzung des Gipfels der Kurven kann wohl auf Übungseinflüsse zurückgeführt werden. Die M hingegen scheinen in verhältnismäfsig hohem Mafse von zufälligen Einflüssen abhängig zu sein, der jeweiligen Disponiertheit der Vp. und ähnlichem.

Auch die Durchschnitte der berechneten Werte zeigen trotz der geringen Anzahl der Reihen eine bemerkenswerte Konstanz, die am besten gleich aus folgender tabellarischen Übersicht zu ersehen ist.

Tabelle XI.

	Ia	Ib	IIa	IIb	III a	III b	IV a	IV b
A	29,66	29,66	271,0	270,7	57,6	58,5	$39,6_5$	$39,8_3$
c	−0,34	−0,34	+1,0	+0,7	+2,6	+3,5	$-0,3_5$	$-0,1_7$
$\|c\|$	0,35	0,43	2,5	3,2	3,9	4,1	1,2	1,3
r_o	29,96	29,96	273,4	273,0	59,7	60,4	40,4	40,6
r_u	29,30	29,31	268,6	268,2	55,5	56,6	38,9	39,3
$\frac{r_o - r_u}{2}$	0,33	0,33	2,4	2,4	2,1	1,9	0,7	0,7
M_o	0,84	0,87	8,6	8,7	7,6	6,8	4,0	3,9
M_u	0,76	0,87	8,8	9,1	7,9	6,4	4,1	4,1
M	0,90	0,97	9,3	9,6	8,2	7,2	4,2	4,2

Endlich wird es auch hier von Interesse sein, nach den Geschlechtern zu fraktionieren. Es ergibt sich im ganzen Übereinstimmung mit dem Früheren (s. Tab. XII).

Überblicken wir jetzt die Tabellen VI, IX und XII, so können wir hinsichtlich der hier zutage tretenden Unterschiede der Geschlechter folgendes feststellen: Die weiblichen Vpn. haben durchweg geringere Unterschiedsschwellen als die männlichen Vpn. In der Vergleichung von Intensitäten zeigen die weiblichen Vpn. gröfsere Sicherheit (entsprechend dem kleineren M) als die männlichen, während die letzteren auf dem Gebiete der Extensitätsvergleichung entschieden den weiblichen Vpn. überlegen

sind. In den mittleren Schätzungsfehlern zeigt sich keine bestimmte Tendenz dieser Art. Auf die hierauf bezügliche Literatur kann hier nicht eingegangen werden; nur hinsichtlich der Unterschiedsschwelle sei erwähnt, dafs bereits in zahlreichen früheren Untersuchungen (Ottolenghi, Dehn, Engelsperger und Ziegler, Nelson, Bärwald, Wreschner u. a.) bei Frauen eine feinere Unterschiedsschwelle festgestellt worden ist, wie sich bei ihnen auf einzelnen Versuchsgebieten auch eine geringere Absolutschwelle ergeben hat (vgl. Schuytens Ästhesiometerversuche).[1]

Tabelle XII.

		Ia	Ib	IIa	IIb	IIIa	IIIb	IVa	IVb
A	m	29,60	29,53	269,9	269,8	58,8	58,8	40,2	40,3
	w	*29,70*	*29,91*	*273,9*	*272,7*	*54,6*	*57,8*	*38,2*	*38,0*
c	m	− 0,40	− 0,47	− 0,1	− 0,2	+ 3,8	+ 3,8	+ 0,2	+ 0,3
	w	*− 0,30*	*− 0,09*	*+ 3,9*	*+ 2,7*	*− 0,4*	*+ 2,8*	*− 1,8*	*− 2,0*
$\lvert c \rvert$	m	0,31	0,46	2,2	3,1	4,4	4,0	0,9	1,1
	w	*0,43*	*0,35*	*3,2*	*3,6*	*2,9*	*4,3*	*1,8*	*1,9*
r_o	m	29,96	29,89	272,6	272,6	61,1	61,0	41,0	41,2
	w	*29,99*	*30,16*	*275,6*	*274,4*	*56,1*	*58,8*	*38,9*	*39,1*
r_u	m	29,25	29,17	267,2	267,1	56,4	56,6	39,4	39,5
	w	*29,41*	*29,66*	*272,1*	*271,8*	*53,1*	*56,6*	*37,5*	*38,1*
$\frac{r_o - r_u}{2}$	m	0,35	0,36	2,7	2,7	2,4	2,2	0,8	0,8
	w	*0,29*	*0,25*	*1,7*	*1,6*	*1,5*	*1,1*	*0,7*	*0,5*
M_o	m	0,76	0,81	8,6	9,4	7,9	6,9	3,6	3,6
	w	*1,04*	*1,02*	*8,4*	*7,1*	*7,0*	*6,7*	*5,1*	*4,8*
M_u	m	0,72	0,83	8,6	9,9	7,9	6,4	3,8	3,9
	w	*0,83*	*0,97*	*9,4*	*8,7*	*7,8*	*6,2*	*5,0*	*4,7*
M	m	0,86	0,94	9,3	10,0	8,5	7,4	3,9	3,9
	w	*1,01*	*1,03*	*9,3*	*8,7*	*7,5*	*6,7*	*5,1*	*4,8*

b) Die Korrelationen.

Die Regressionen.

Wie bereits weiter oben auseinandergesetzt wurde, kann das Bravais-Pearsonsche Korrelationsverfahren nur dann zur Anwendung gelangen, wenn die Regressionen linear sind; andern-

[1] Die diesbezügliche Literatur findet sich bei F. Giese, Die Psychologie der Geschlechtsunterschiede und die Koedukation. *PdFo* 2, 51 ff. 1913.

falls sind andere Verfahrungsweisen einzuschlagen, unter denen das Pearsonsche η-Verfahren allem Anscheine nach den Vorzug verdient. Die Untersuchung auf Linearität kann in zweierlei Weise erfolgen, entweder empirisch, indem man, nach der Wahl eines angemessenen Intervalls, die erhaltenen Werte in eine Verteilungstafel mit doppeltem Eingang einträgt und nachsieht, ob die Zeilen- und Spaltenmittel durch hypothetische Gerade (Regressionslinien) hinreichend genau beschrieben werden, oder auf rechnerischem Wege, indem man sich geeigneter Kriterien bedient, die sich auf den Korrelationskoeffizienten einerseits, das Korrelationsverhältnis andererseits stützen. Als eines dieser Kriterien wurde bereits weiter oben das Blakemansche Linearitätskriterium angeführt:

$$\sqrt{n(\eta^2 - r^2)} < 3{,}37$$

Wir werden dieses Kriterium nach der Betrachtung der Korrelationskoeffizienten und -verhältnisse noch anwenden, vorläufig aber den empirischen Weg einschlagen, obwohl dies ein recht grobes Verfahren ist, da hierbei das verschiedene Gewicht der einzelnen Mittelwerte kaum in Rücksicht gezogen werden wird.[1]

Als Intervallgröfse wurde immer diejenige Gröfse benutzt, welche erforderlich ist, um zu brauchbaren Verteilungen zu gelangen, bei I 0,20 mm, bei II 1,5°, bei III 1,5 cm, bei IV 0,5 mm. Bestimmt man dann die Zeilen- und Spaltenmittel, so zeigt sich bei den Schwellen fast durchweg ein geradliniger Verlauf, also fast vollkommene Proportionalität; ganz vereinzelt nur fällt ein Mittelwert erheblich aus dem (bei der von uns gewählten graphischen Darstellung) von links oben nach rechts unten verlaufenden Diagonalstreifen heraus, meist aus dem Grunde, dafs der betreffende Mittelwert aus einer ganz geringen Anzahl von Einzelwerten, zuweilen einem einzigen Werte hervorgegangen ist. Die empirisch gewonnenen Regressionen können in diesen Fällen unbedenklich durch die mittels der Korrelationskoeffizienten errechneten Regressionslinien, welche Interpolationen nach dem Prinzip der kleinsten Quadrate darstellen, ersetzt werden. Anders bei den M- und c-Werten, deren Reihenmittel im allgemeinen einen recht unregelmäfsigen Verlauf zeigen.

[1] S. Tafel III u. IV des Anhangs.

Trotzdem wurden die Koeffizienten auch für die M und die c berechnet, schon aus dem Grunde, um den Anwendungsbereich der r-Methode empirisch zu prüfen.

Die Korrelationskoeffizienten und -verhältnisse.

Entsprechend der eigentlichen Aufgabe der vorliegenden Untersuchung, Beziehungen zwischen den verschiedenen Versuchsgebieten festzustellen, wurden die Korrelationskoeffizienten und -verhältnisse für die mittleren Unterschiedsschwellen (S), die Gesamtstreuungen (M) und die absoluten Beträge der mittleren Schätzungsfehler sowohl für die Versuchsgruppe A, wie auch für B berechnet und jedesmal der zugehörige wahrscheinliche Fehler bestimmt. Im folgenden werden die berechneten Korrelationskoeffizienten und -verhältnisse immer so bezeichnet werden, dafs die miteinander in Beziehung gesetzten Versuchsgruppen durch unten angesetzte Indizes, das in Frage stehende Merkmal durch einen in Klammern stehenden Buchstaben angedeutet wird, so dafs beispielsweise

$$r_{\mathrm{IA,\ IIA}}\,(S)$$

den Koeffizienten bezeichnet, der die Korrelation zwischen den Schwellenwerten der Versuchsgruppen I A und II A zum Ausdruck bringt, während

$$r_{S,M}\,(\mathrm{IA})$$

die Beziehung zwischen den Schwellenwerten und den Gesamtstreuungswerten der Versuchsgruppe I A ausdrücken würde.

Tabelle XIII, 1.

Die S-Korrelationen (A).

	r	$wF(r)$	η	$wF(\eta)$	$\sqrt{n(\eta^2-r^2)}$
IA, IIA	0,80	±0,044	0,92	±0,019	2,54
IA, IIIA	0,84	±0,035	0,90	±0,023	1,83
IA, IVA	0,85	±0,034	0,91	±0,021	1,81
IIA, IIIA	0,85	±0,034	0,85	±0,034	0
IIA, IVA	0,82	±0,040	0,88	±0,028	1,75
IIIA, IVA	0,92	±0,019	0,94	±0,014	1,07

Tabelle XIII, 2.

Die *M*-Korrelationen (A).

	r	$w F(r)$	η	$w F(\eta)$	$\sqrt{n(\eta^2 - r^2)}$
IA, IIA	0,72	± 0,058	$0{,}88_5$	± 0,027	2,82
IA, IIIA	0,62	± 0,074	0,72	± 0,058	2,07
IA, IVA	0,44	± 0,098	$0{,}63_5$	± 0,073	2,51
IIA, IIIA	0,34	± 0,107	$0{,}55_5$	± 0,084	2,41
IIA, IVA	0,37	± 0,106	0,53	± 0,089	2,08
IIIA, IVA	0,41	± 0,101	0,69	± 0,063	3,09

Tabelle XIII, 3.

Die *c*-Korrelationen (A).

	r	$w F(r)$	η	$w F(\eta)$	$\sqrt{n(\eta^2 - r^2)}$
IA, IIA	0,05	± 0,125	0,27	± 0,112	1,48
IA, IIIA	0,12	± 0,121	0,53	± 0,089	2,92
IA, IVA	0,33	± 0,117	0,51	± 0,090	2,16
IIA, IIIA	0,05	± 0,125	0,61	± 0,076	3,38
IIA, IVA	0,54	± 0,088	0,72	± 0,061	2,61
IIIA, IVA	− 0,16	± 0,122	0,37	± 0,104	1,89

Tabelle XIV, 1.

Die *S*-Korrelationen (B).

	r	$w F(r)$	η	$w F(\eta)$	$\sqrt{n(\eta^2 - r^2)}$
IB, IIB	0,78	± 0,049	0,83	± 0,089	1,53
IB, IIIB	0,69	± 0,065	0,79	± 0,046	2,11
IB, IVB	0,80	± 0,046	0,81	± 0,043	0,57
IIB, IIIB	0,72	± 0,060	0,81	± 0,043	2,00
IIB, IVB	0,80	± 0,046	0,84	± 0,038	1,36
IIIB, IVB	0,72	± 0,060	0,76	± 0,053	1,31

Tabelle XIV, 2.
Die M-Korrelationen (B).

	r	$w F(r)$	η	$w F(\eta)$	$\sqrt{n(\eta^2 - r^2)}$
IB, IIB	0,61	$\pm$ 0,079	0,72	$\pm$ 0,060	2,06
IB, IIIB	0,29	$\pm$ 0,113	$0{,}49_5$	$\pm$ 0,094	2,16
IB, IVB	0,31	$\pm$ 0,114	0,46	$\pm$ 0,099	1,83
IIB, IIIB	0,10	$\pm$ 0,124	$0{,}43_5$	$\pm$ 0,102	2,25
IIB, IVB	0,57	$\pm$ 0,086	0,71	$\pm$ 0,063	2,24
IIIB, IVB	0 05	$\pm$ 0,125	$0{,}38_5$	$\pm$ 0,107	2,03

Tabelle XIV, 3.
Die c-Korrelationen (B).

	r	$w F(r)$	η	$w F(\eta)$	$\sqrt{n(\eta^2 - r^2)}$
IB, IIB	— 0,12	$\pm$ 0,123	0,24	$\pm$ 0,118	1,12
IB, IIIB	0,23	$\pm$ 0,117	0,48	$\pm$ 0,095	2,31
IB, IVB	— 0,05	$\pm$ 0,125	0,37	$\pm$ 0,108	1,97
IIB, IIIB	— 0,21	$\pm$ 0,120	0,38	$\pm$ 0,107	1,71
IIB, IVB	0,39	$\pm$ 0,108	0,53	$\pm$ 0,092	1,90
IIIB, IVB	0,12	$\pm$ 0,123	0,30	$\pm$ 0,113	1,48

Die Betrachtung der Tabellen XIII, 1—3 und XIV, 1—3 ergibt, dafs zwischen den Schwellen sämtlicher vier Versuchsgebiete hohe und von der Zwischenzeit so gut wie unabhängige Korrelationen bestehen (im Mittel 0,85 bzw. 0,75); die Differenzen der A- und B-Koeffizienten sind entweder darauf zurückzuführen, dafs in der Gruppe B weniger Vollreihen benutzt wurden als in Gruppe A, oder dafs sich bei der längeren Zwischenzeit auf den verschiedenen Sinnesgebieten der Einfluſs des Gedächtnisses in verschiedener Weise geltend macht. Benutzt man η zur Beschreibung des Korrelationsgrades, so ergeben sich im Mittel die Werte 0,90 bzw. 0,81. Zwischen den Gesamtstreuungen M der verschiedenen Gebiete bestehen in Gruppe A nur zwei entschiedene Korrelationen ($r_{IA,IIA}$ und $r_{IA,IIIA}$), von den übrigen vier Koeffizienten erreicht keiner das Fünffache des wahrscheinlichen Fehlers. Die M-Korrelationen der Versuchsgruppe B sind, bis auf den Koeffizienten $r_{IIB,IVB}$, sämtlich kleiner als die entsprechenden Koeffi-

zienten der Gruppe A, sei es, dafs sich in den M und ihren Korrelationen die Verlängerung der Zwischenzeit geltend macht (Gedächtniseinflüsse?), sei es, dafs hier die kleinere Anzahl von Vollreihen von besonders starkem Einfluſs ist. Auffällig ist, dafs nur der Koeffizient $r_{I,II}(M)$ beständig ist, d. h. derjenige Koeffizient, der den Zusammenhang der M zweier Leistungsreihen desselben Sinnesgebietes ausdrückt. In die Gesamtstreuung scheinen demnach vor allem die physiologischen Faktoren mit einzugehen. Wäre die verhältnismäfsig beträchtliche Differenz der B-Koeffizienten gegen die A-Koeffizienten hauptsächlich auf die Verlängerung der Zwischenzeit zurückzuführen, so wäre man ferner berechtigt, M als abhängig vom Gedächtnisfaktor zu betrachten. Die auf S. 31 ausgesprochene Vermutung, dafs das M eine ganze Anzahl wirksamer Faktoren repräsentiere, scheint demnach nicht ungerechtfertigt zu sein; doch führt uns dies bereits in die Analyse, die erst später durchgeführt werden soll. Es ist noch zu bemerken, dafs bei Anwendung des η-Verfahrens sich wesentlich höhere Korrelationsgrade ergeben trotz des Erfülltseins der Blakemanschen Ungleichung, die jedenfalls mit etwas Vorsicht aufgenommen werden möchte. Doch wird auch dann die Gröfsenordnung der Schwellenkorrelationen von den M-Korrelationen nur ausnahmsweise erreicht. Die c endlich zeigen bei Anwendung des r-Verfahrens nur eine nennenswerte Korrelation ($r_{II,IV}$). Bei Anwendung des η-Verfahrens treten auch hier wieder wesentliche Differenzen, die nach Blakemans Kriterium freilich wiederum nicht als erheblich anzusehen wären.

Die Sicherheit der Korrelationsbestimmung und die Eindeutigkeit der Koeffizienten.

Ehe wir an die Deutung dieser Resultate gehen können, müssen wir uns vergewissern, inwieweit den errechneten Koeffizienten überhaupt Sicherheit zugeschrieben werden kann. Der wahrscheinliche Fehler reicht hierzu nicht aus, da er sich nur auf die durch die Wahl des „Ausfallsmusters" bedingten Fehler bezieht;[1] vielmehr sind hier besondere Betrachtungen und even-

[1] W. Brown, The Essentials of Mental Measurement. S. 49—51; 59—62. G. U. Yule, An Introduction to the Theory of Statistics. 2. Aufl. 1912, S. 310f. C. Spearman, Correlation calcutated from Faulty Data. *BrJPs* **3**, 270. 1910. L. N. G. Filon and Pearson, *PhTraRoSoc* A **191**, 220—311. W. F. Sheppard, On the Application of the Theory of Errors to Cases of Normal Distribution and Normal Correlation. *PhTraRoSoc* A **192**, 101—167.

tuell Berechnungen nötig. Bezüglich der theoretischen Seite dieses Gegenstandes kann auf die grundlegenden Arbeiten Spearmans verwiesen werden. Wie in der allgemeinen Fehlertheorie üblich, unterscheidet man auch in der psychologischen Fehlerrechnung zwei Arten von Fehlern, die zufälligen, die dadurch charakterisiert sind, dafs sie ebenso oft positiv wie negativ ausfallen können, und die systematischen, welche einseitige Störungen hervorrufen. Erstere setzen in jedem Falle die Höhe des Korrelationskoeffizienten herab, letztere können den Koeffizienten entweder vergröfsern oder verkleinern. Zur Elimination der zufälligen Fehler nun hat Spearman seine sog. „Ergänzungsformel" vorgeschlagen, die eben zur Ergänzung des infolge der zufälligen Fehlereinflüsse zu niedrig ausgefallenen Koeffizienten dienen soll, zur Elimination der systematischen Fehler die sog. „Korrektionsformel", die nur einen speziellen Fall der multiplen Korrelation darstellt. Gegen die erstgenannte Formel ist von verschiedenen Seiten Einspruch erhoben worden, wenn auch nicht immer mit wirklich stichhaltigen Gründen. Wir werden erst später auf die Frage der Anwendbarkeit der Formel zurückkommen. Vorläufig wurde es für zweckmäfsiger gehalten, von der Anwendung der Ergänzungsformel abzusehen und den Ausgleich der zufälligen Fehler bis zu einem gewissen Grade durch Gewinnung mehrerer Messungsreihen zu erreichen. Um jedoch überhaupt einen Mafsstab für die Zuverlässigkeit der Einzelmessungen zu gewinnen, wurden die mit der Zwischenzeit 2,5 Sek. ausgeführten Reihen in 2 mal je zwei Vollreihen fraktioniert und die sog. Zuverlässigkeitskoeffizienten für die S, M und c berechnet (s. Tabelle XV).

Tabelle XV.

	$r(S)$	wF	$r(M)$	wF	$r(c)$	wF
I a, I b	0,77	± 0,052	0,76	± 0,054	0,40	± 0,107
II a, II b	0,74	± 0,058	0,51	± 0,094	0,71	± 0,063
III a, III b	0,73	± 0,060	0,60	± 0,082	0,77	± 0,052
IV a, IV b	0,72	± 0,061	0,76	± 0,054	0,36	± 0,111

Die Zuverlässigkeitskoeffizienten sind im allgemeinen nicht besonders hoch, wenigstens wenn man bedenkt, dafs man zuweilen bei viel weniger exakten Experimenten Zuverlässigkeits-

koeffizienten von nicht unter 0,80 erhält.[1] Doch klärt sich dies leicht auf, wenn man nun auch die Korrelationen zwischen den *S*, *M* und *c* der verschiedenen Untersuchungsgebiete der beiden Fraktionen für sich berechnet (s. Tabelle XVI). Die Schwellenkorrelationen der zweiten Fraktion sind bis auf eine sämtlich bedeutend höher als die der ersten. Offenbar ist dieser Tatbestand auf die verschiedenen Übungsgrade in den beiden Fraktionen zurückzuführen: Die Versuchsperson pafst sich während der ersten Abteilung der B-Versuche erst allmählich an die neue, längere Zwischenzeit an, während in der zweiten Fraktion das Übungsniveau für alle Gebiete annähernd das gleiche ist

Zugleich wird durch diese Tabelle von neuem die Haltlosigkeit der Ansicht Binets dargetan, dafs die Korrelation einfacher psychischer Leistungen durch fortschreitende Übung herabgesetzt werde.[2] Die *M*- und *c*-Korrelationen zeigen im Gegensatz zu den Schwellenkorrelationen im allgemeinen keine Erhöhung beim Fortschreiten von der ersten zur zweiten Fraktion; sie scheinen demnach — ausreichende Konstanz der sonstigen Bedingungen vorausgesetzt — Übungseinflüssen weniger ausgesetzt zu sein (s. Tab. XVI).[3]

Es ist nicht ohne Interesse, die Gröfse der Koeffizienten, welche auf Grund des gesamten B-Materials erhalten wurden, mit der Gröfse der auf Grund der Fraktionen berechneten Koeffizienten zu vergleichen. Durch die Mischung des Materials gehen ja die Fehler, die infolge von Mangel an Übung besonders stark in Fraktion a auftreten, mit in den Koeffizienten ein; trotzdem ist der B-Koeffizient im allgemeinen nicht wesentlich kleiner als der b-Koeffizient, in 2 Fällen sogar gröfser. Ähnliches zeigt sich bei den *M*-Korrelationen: wo nicht beträchtliche Übungseinflüsse zu vermuten sind, zeigt sich allgemein eine Erhöhung des Koeffizienten infolge der Mischung der Fraktionen.

---

[1] Vgl. z. B. H. Damm, *PdFo* **1**, 318. 1913.

[2] Attention et adaptation. *AnPs* **6**, 345. 1900. F. Krueger und C. Spearman, *ZPs* **44**, 76.

[3] Man beachte übrigens auch, dafs in den *M*- und *c*-Korrelationen von Tabelle XV eine Art Gegensatz auftritt: einer höheren *M*-Korrelation entspricht eine niedrigere *c*-Korrelation und umgekehrt. Ähnliches ist neuerdings in ganz anderen Versuchen von C. Herfurth festgestellt worden. *PsSd* **9** (3/4), 220ff. 1913.

Tabelle XVI.

	$r(S)$	wF		$r(S)$	wF		$r(S)$	wF
Ia, IIa	0,60	± 0,082	Ib, IIb	0,83	± 0,040	IB, IIB	0,78	± 0,049
Ia, IIIa	0,56	± 0,087	Ib, IIIb	0,66	± 0,072	IB, IIIB	0,69	± 0,065
Ia, IVa	0,47	± 0,094	Ib, IVb	0,88	± 0,029	IB, IVB	0,80	± 0,046
IIa, IIIa	0,51	± 0,090	IIb, IIIb	0,77	± 0,052	IIB, IIIB	0,72	± 0,060
IIa, IVa	0,63	± 0,077	IIb, IVb	0,81	± 0,044	IIB, IVB	0,80	± 0,046
IIIa, IVa	0,66	± 0,072	IIIb, IVb	0,62	± 0,080	IIIB, IVB	0,72	± 0,060
	$r(M)$	wF		$r(M)$	wF		$r(M)$	wF
Ia, IIa	0,57	± 0,086	Ib, IIb	0,51	± 0,090	IB, IIB	0,61	± 0,079
Ia, IIIa	0,27	± 0,118	Ib, IIIb	0,03	± 0,127	IB, IIIB	0,29	± 0,113
Ia, IVa	0,08	± 0,126	Ib, IVb	0,39	± 0,108	IB, IVB	0,31	± 0,112
IIa, IIIa	0,02	± 0,127	IIb, IIIb	0,07	± 0,126	IIB, IIIB	0,10	± 0,124
IIa, IVa	0,39	± 0,108	IIb, IVb	0,55	± 0,088	IIB, IVB	0,57	± 0,086
IIIa, IVa	− 0,03	± 0,127	IIIb, IVb	− 0,06	± 0,127	IIIB, IVB	0,05	± 0,125
	$r(c)$	wF		$r(c)$	wF		$r(c)$	wF
Ia, IIa	− 0,11	± 0,126	Ib, IIb	− 0,30	± 0,116	IB, IIB	− 0,12	± 0,123
Ia, IIIa	0,15	± 0,125	Ib, IIIb	0	± 0,128	IB, IIIB	0,23	± 0,117
Ia, IVa	0,25	± 0,119	Ib, IVb	− 0,13	± 0,125	IB, IVB	− 0,05	± 0,125
IIa, IIIa	− 0,13	± 0,125	IIb, IIIb	− 0,04	± 0,127	IIB, IIIB	− 0,21	± 0,120
IIa, IVa	0,14	± 1,125	IIb, IVb	0,47	± 0,094	IIB, IVB	0,39	± 0,108
IIIa, IVa	− 0,09	± 0,126	IIIb, IVb	0,33	± 0,114	IIIB, IVB	0,12	± 0,123

Scheint nach obigen Ausführungen der Übungsanstieg, soweit sich überhaupt ein solcher geltend macht, im ganzen auf allen Versuchsgebieten annähernd denselben Verlauf zu haben, so auch Übung und Ermüdung in den einzelnen Versuchsreihen (je zwei Vollreihen). Um hierüber einigermafsen Klarheit zu gewinnen, wurden die jeweils ausgeführten Versuchsreihen zeitlich fraktioniert, was die Art der Protokollierung bequem ermöglichte, und die Anzahl der falschen Fälle in der ersten und zweiten Hälfte der Versuche abgezählt. Lassen sich auch gegen ein derartiges Verfahren mancherlei Einwände erheben, dafs z. B. die zufällige Reihenfolge der Vergleichsreize nicht ohne Einflufs ist, so geben doch die Fehlerzahlen insgesamt ein eindeutiges Bild von den hier obwaltenden Einflüssen. Es würde zu weit führen, die Fehlerzahlen im einzelnen tabellarisch

wiederzugeben; wir führen deshalb nur die Fehlersummen über sämtliche Vpn. an.

Tabelle XVII.

Anzahl der falschen Fälle.

	I		II		III		IV	
	1. Hälfte	2. Hälfte	1.	2.	1.	2.	1.	2.
1. Zwischenzeit (A)	613	558	617	448	465	382	615	496
2. Zwischenzeit (B)	331	292	357	246	280	222	385	288

Man ist demnach berechtigt, anzunehmen, dafs auf allen 4 Versuchsgebieten die jedesmal eintretende Übung, die vielleicht besser als Versuchsanpassung zu bezeichnen wäre, die Ermüdung überwiegt. Da dies ganz gleichmäfsig überall zutage tritt, sind momentane Versuchsanpassung und Ermüdung kaum als wesentliche Fehlerquellen zu betrachten.

Von den sonstigen systematischen Fehlerquellen scheinen vor allem Alter, Nationaliät und Geschlecht in Betracht zu kommen. Spearman und Krueger, die in der bereits zitierten Arbeit diese Faktoren hinsichtlich ihres Einflusses auf die Korrelationen genauer untersucht haben, konnten keinen wesentlichen Einfluſs feststellen. Da sie aber hierbei nur 9 Vpn. in Rechnung ziehen konnten, ist es wohl nicht überflüssig, an der Hand des vorliegenden ausgedehnten Materials die Frage von neuem zu untersuchen. Für die Berechnung der Korrelationen zwischen den Hauptwerten und Streuungsmafsen einerseits, dem Alter der Vpn. andererseits konnte die gewöhnliche Bravaissche Formel Verwendung finden, während die Korrelationen jener Werte mit Nationalität und Geschlecht nach einer von Pearson entwickelten Hilfsformel berechnet werden mufsten (s. S. 24/25). Dieses Verfahren, das seinerzeit auch von Krueger und Spearman angewandt wurde, scheint jedoch mit dem gewöhnlichen Korrelationsverfahren nicht recht vergleichbar zu sein; wenigstens ergaben sich bei Benutzung der mittels derselben berechneten Koeffizienten partielle Koeffizienten, welche die zulässigen Grenzen von r weit überschritten, u. a. ein Wert > 2. Da eine andere von Pearson für ähnliche Fälle vorgeschlagene Hilfsformel[1] hier ebenfalls

[1] Karl Pearson, On a New Method of Determining Correlation when one Variable is given by Alternative and the other by Multiple Categories. *Biometrika* 7, 97. 1909. — W. Brown, The Essentials of Mental Measurement. S. 67 ff.

nicht angewandt werden konnte, wurde lieber von einer Anwendung der multiplen Korrelation auf die Elimination des Einflusses von Geschlecht und Nationalität abgesehen. Der Einfluſs des Alters hingegen ließs sich mit Hilfe der Korrelationen zwischen Leistungen und Alter[1] bequem eliminieren. In Tabelle XVIII sind diese Korrelationen aufgeführt, welche im ganzen eine überraschende Gleichförmigkeit in bezug auf Schwellen und Streuungsmaſse zeigen, während die mittleren Schätzungsfehler eine regellos variable Korrelationshöhe mit dem Alter aufweisen. In Tab. XIX sind die mittels dieser Korrelationen gewonnenen partiellen Korrelationen verzeichnet.[2] Vergleicht man diese mit den Werten der Tabelle XIII, 1—3, so beobachtet man bei den Schwellenkorrelationen ganz geringfügige Veränderungen infolge des Alterseinflusses (höchstens 0,02), wesentlichere Verschiebungen bei den *M*-Korrelationen und den *c*-Korrelationen.

Tabelle XVIII.

	$r(S)$	$r(M)$	$r(c)$
$r_{\text{I A, }\mathfrak{A}}$	0,26	0,35	0,07
$r_{\text{II A, }\mathfrak{A}}$	0,27	0,16	0,38
$r_{\text{IV A, }\mathfrak{A}}$	0,19	0,38	— 0,22
$r_{\text{IV A, }\mathfrak{A}}$	0,27	0,35	0,53

Tabelle XIX.

	$r(S)$	$r(M)$	$r(c)$
$r_{\text{I A, II A. }\mathfrak{A}}$	0,78	0,72	0,03
$r_{\text{I A, III A. }\mathfrak{A}}$	0,83	0,56	0,14
$r_{\text{I A, IV A. }\mathfrak{A}}$	0,84	0,36	0,35
$r_{\text{II A, III A. }\mathfrak{A}}$	0,84	0,31	0,15
$r_{\text{II A, IV A. }\mathfrak{A}}$	0,81	0,34	0,43
$r_{\text{III A, IV, A. }\mathfrak{A}}$	0,92	0,32	— 0,05

Ebenso zeigen sich zwischen Schwellenwerten und Nationalität, sowie Schwellenwerten und Geschlecht keine nennenswerten

[1] Es wurden die Reihen der *S*, *M* und *c* in Beziehung gesetzt zu der Anzahl der Jahre.

[2] Der Index $\mathfrak{A}$ nach dem Punkt in $r_{\text{I A, II A. }\mathfrak{A}}$ usw. bezeichnet nach der auf S. 23 gegebenen Bezeichnungsweise den konstant gehaltenen Faktor, hier das Alter ($\mathfrak{A}$) der Vpn.

Korrelationen, während die *M*- und *c*-Korrelationen zuweilen zu ganz enormen Werten ansteigen, die freilich, wie bereits erwähnt, mit den nach der Bravais'schen Methode berechneten nicht vergleichbar sind, jedenfalls beträchtlich zu hoch ausfallen. Es ist wünschenswert, dafs diesen Hilfsmethoden noch mehr Aufmerksamkeit als bisher zugewandt werde; dann erst wird man imstande sein, annähernd partielle Abhängigkeiten zu gewinnen.

5. Deutung der Ergebnisse.

a) Quantitative Analyse.

Um die erhaltenen Korrelationen hinreichend zuverlässig deuten zu können, müssen wir zunächst eine genaue Analyse der in Frage stehenden Prozesse zu geben versuchen, wenn man nicht, worauf Wundt[1] mit Recht hinweist, hinsichtlich der Ursachen der Korrelationen auf Vermutungen angewiesen sein will. Hier müssen wir zunächst eine Vorfrage erledigen, zu deren Beantwortung sich ebenfalls die Korrelationsrechnung darbietet. Es wurden die Korrelationen zwischen den Schwellen (*S*), Gesamtstreuungen (*M*) und mittleren Schätzungsfehlern (*c*) berechnet, und es erhebt sich daher die Frage nach der relativen Selbstständigkeit jener Konstanten.[2] Offenbar wird der spezifische Symptomwert der Schwellen und Gesamtstreuungen z. B. um so gröfser sein, je geringer die Korrelation zwischen den Schwellenwerten und den Streuungswerten ist; denn je niedriger der Korrelationskoeffizient bzw. das Korrelationsverhältnis ausfällt, desto mehr darf man versichert sein, dafs die den beiden Reihen gemeinsamen Faktoren in geringer Anzahl oder Stärke vorhanden sind. Berechnen wir daher auf Grund der Ergebnisse der verschiedenen Versuchsgebiete die Koeffizienten

$$r_{S,\,M}$$
$$r_{S,\,c}$$
$$r_{M,\,c}$$

so geben uns diese Aufschlufs, ob die *S*, *M* und *c* als Symptome verschiedener psychischer Funktionen bzw. Dispositionen be-

[1] W. Wundt, Grundzüge der physiologischen Psychologie. 6. Aufl. 1911. 3, S. 598.

[2] Wie nötig gerade die Beantwortung dieser Frage ist, zeigt die psychologische Literatur deutlich genug. Vgl. hierzu C. Spearman, *AmJPs* **15**, 227.

trachtet werden dürfen oder nicht. Es bedarf wohl kaum des besonderen Hinweises, dafs eine derartig gewonnene Symptomatik der psychologischen Konstanten nicht Anspruch auf Allgemeingültigkeit erheben kann; vielmehr wird hier sehr viel auf die jeweiligen Versuchsumstände ankommen. Man würde daher in jedem einzelnen Falle oder doch wenigstens für die Haupttypen psychologischer Untersuchungsweisen jene Korrelationen bestimmen müssen.

Die drei Koeffizienten wurden für jedes einzelne Versuchsgebiet und für jede Zwischenzeit berechnet. Natürlich mufste vom Vorzeichen des mittleren Schätzungsfehlers abgesehen werden; es wurden also die Absolutwerte desselben mit S und M in Beziehung gesetzt. So ergaben sich folgende in Tab. XX verzeichneten Werte.

Tabelle XX.

	r	$wF(r)$		r	$wF(r)$
$r_{S,M}$ (I A)	0,77	± 0,049	$r_{M,S}$ (I B)	0,65	± 0,071
(II A)	0,60	± 0,078	(II B)	0,57	± 0,084
(III A)	0,69	± 0,062	(III B)	0,61	± 0,077
(IV A)	0,57	± 0,082	(IV B)	0,36	± 0,109
$r_{S,c}$ (I A)	0,06	± 0,119	$r_{S,c}$ (I B)	0,15	± 0,120
(II A)	0,41	± 0,101	(II B)	− 0,03	± 0,125
(III A)	0,24	± 0,112	(III B)	0,26	± 0,115
(IV A)	0,12	± 0,119	(IV B)	0,39	± 0,106
$r_{M,c}$ (I A)	0,37	± 0,103	$r_{M,c}$ (I B)	0,25	± 0,115
(II A)	0,14	± 0,119	(II B)	0,11	± 0,124
(III A)	0,16	± 0,116	(III B)	0,47	± 0,096
(IV A)	0,60	± 0,078	(IV B)	0,73	± 0,058

Hiernach bestehen also zwischen den Schwellen und den Gesamtstreuungen beträchtliche Korrelationen, die bei der mit der längeren Zwischenzeit ausgeführten Versuchsgruppe etwas niedriger ausfallen (man beachte übrigens, dafs die Reihenfolge der Koeffizienten hinsichtlich ihrer Gröfse bei B dieselbe ist wie bei A). Die $r_{S,c}$ u. $r_{M,c}$ zeigen im allgemeinen keine nennenswerten Korrelationen. Eine Ausnahme bilden hier nur die M und c der Ästhesiometerversuche, welche bei beiden Zwischenzeiten beträchtliche Korrelationen zeigen. Offenbar liegen hier

besondere Verhältnisse vor, wie sich auch noch aus anderen Korrelationen ergeben wird; übrigens steht dies auch in Übereinstimmung mit den Ergebnissen der qualitativen Analyse, welche nachher mitgeteilt werden sollen.

Ist so nur eine allgemeine Orientierung über den Symptomwert der von uns betrachteten psychischen Konstanten geleistet, so liefern uns die Korrelationen zwischen den Ergebnissen der bei verschiedener Zwischenzeit ausgeführten Versuche Anhaltspunkte hinsichtlich der eigentlichen Bedeutung der Hauptwerte und Streuungsmafse. Wir wollen diese Korrelationen als AB-Korrelationen bezeichnen (s. Tab. XXI).

Tabelle XXI.

	$r(S)$	wF	$r(M)$	wF	$r(c)$	wF
I A, I B	0,81	± 0,042	0,44	± 0,099	0,32	± 0,111
II A, II B	0,66	± 0,071	0,61	± 0,079	0,81	± 0,043
III A, III B	0,80	± 0,044	0,68	± 0,066	0,56	± 0,085
IV A, IV B	0,84	± 0,037	0,85	± 0,035	0,82	± 0,041
Durchschn.	0,78		0,64		0,63	

Auf die Schwellen scheint hiernach die Zwischenzeit so gut wie keinen Einfluſs auszuüben, wenn man den Koeffizienten $r_{IIA,\,IIB}$ ausnimmt, der eine besondere Untersuchung erheischt (Berechnung von $r_{IIA,\,IIB}$). Für die Beurteilung der M- und c-Korrelationen gibt uns Tabelle XV auf S. 47 in den Zuverlässigkeitskoeffizienten einen · einigermafsen brauchbaren Mafsstab, wobei im einzelnen beim Vergleich natürlich zu bedenken ist, daſs die in den AB-Korrelationen aufeinander bezogenen Werte auf Grund von sechs bzw. vier Vollreihen berechnet sind, die in den Zuverlässigkeitskorrelationen aufeinander bezogenen hingegen nur auf Grund je zweier Vollreihen, daſs also in die Zuverlässigkeitskoeffizienten im ganzen mehr Fehler eingegangen sein werden. Am meisten werden offenbar beim Vergleichen optisch gebotener Raumstrecken M und c von der Verlängerung der Zwischenzeit beeinfluſst, während die Vergleichung von Farbsättigungsgraden von der Verlängerung der Zwischenzeit so gut wie unabhängig zu sein scheint. Die Werte 0,61 und 0,81 können wohl, unter Berücksichtigung der oben gemachten Bemerkung, als nahezu übereinstimmend mit den Koeffizienten 0,51 und 0,71 in Ta-

belle XV betrachtet werden. Bei der Vergleichung der Schallintensitäten erweist sich nur c als abhängig von der Verlängerung der Zwischenzeit (0,68 und 0,56; Zuverlässigkeitskoeffizienten: 0,60 und 0,77). Die Vergleichung taktil gegebener Raumstrecken endlich mit den hohen Koeffizienten $r(M) = 0{,}85$ und $r(c) = 0{,}83$ zeigt gar keine Abhängigkeit von der Zwischenzeit. Auffällig ist dabei nur der hohe Wert des c-Koeffizienten verglichen mit dem entsprechenden Zuverlässigkeitskoeffizienten, doch ist dieser Widerspruch wohl leicht aus der aus der Anzahl der Reihen entspringenden Unsicherheit zu erklären.

Während sich also die Schwellen als ziemlich unabhängig von der Verlängerung der Zwischenzeit herausstellen, zeigen die Gesamtstreuungen und mittleren Schätzungsfehler kein einheitliches Bild, vielmehr scheint die Sicherheit der Urteilsleistung abhängig zu sein von der Eigenart des Versuchsgebietes (Extensitäten und Intensitäten), vom Sinnesgebiet als solchem, wie auch von individuellen Differenzen; auf letzteres werden wir erst weiter unten zu sprechen kommen. Von den beiden bei den vorliegenden Versuchen wesentlich in Betracht kommenden Faktoren, Aufmerksamkeit und Gedächtnis, scheint demnach der Aufmerksamkeitsfaktor in erster Linie, und zwar ziemlich eindeutig, durch die Unterschiedsschwelle repräsentiert zu sein, während der Gedächtnisfaktor hauptsächlich in das Gesamtstreuungsmafs M und den mittleren Schätzungsfehler c eingehen würde, die jedoch noch von einer ganzen Zahl anderer Faktoren abhängig sind. Dafs die Unterschiedsschwellen in der Tat die Aufmerksamkeitsleistung in erster Linie zum Ausdruck bringen, geht aus den Schwellenkorrelationen zwischen den verschiedenen Versuchsgebieten klar hervor, welche auf Grund der beiden Fraktionen der mit der zweiten Zwischenzeit ausgeführten Versuche berechnet wurden (s. Tabelle XXII).

Tabelle XXII.

	$r(S)$	wF		$r(S)$	wF
Ia, IIa	0,60	± 0,082	Ib, IIb	0,83	± 0,040
Ia, IIIa	0,56	± 0,087	Ib, IIIb	0,66	± 0,072
Ia, IVa	0,47	± 0,094	Ib, IVb	0,88	± 0,029
IIa, IIIa	0,51	± 0,090	IIb, IIIb	0,77	± 0,052
IIa, IVa	0,63	± 0,077	IIb, IVb	0,81	± 0,044
IIIa, IVa	0,66	± 0,072	IIb, IVb	0,62	± 0,080

Während die Korrelationen der ersten Fraktion nur von mittlerer Höhe sind (Mittel: 0,57), sind die der zweiten Fraktion im allgemeinen von der Gröfsenordnung der auf Grund von mehr Reihen berechneten Korrelationen (Mittel: 0,76). Nach Aussage der meisten Versuchspersonen nun gelang es ihnen am Anfange der B-Versuche meist nicht, die Aufmerksamkeit richtig auf den nach Verlauf der ihnen ungewohnten Zwischenzeit auftretenden Vergleichsreiz einzustellen; eine Ausnahme bildeten hier nur die taktil gebotenen Raumstrecken, wo die Verlängerung der Zwischenzeit überhaupt nicht als störend oder wenigstens neuartig empfunden wurde. Man wird also mit Recht schliefsen dürfen, dafs die Schwellen die Aufmerksamkeit, genauer: die Aufmerksamkeitsspannung [1] repräsentieren, dafs hingegen in den *M* und den *c* Gedächtniseinflüsse sich geltend machen, wenngleich nicht übersehen werden darf, dafs alle diese Feststellungen nur graduellen Charakter haben können.

Es ist nicht ohne Interesse, diese Verhältnisse etwas eingehender auf Grund der Abweichungen der Einzelwerte von den zugehörigen arithmetischen Mitteln zu studieren (s. Tab. XXIII). Von den 30 Vpn., deren Schwellenabweichungen in Tab. XXIII, 1 verzeichnet sind, zeigen 21 in allen 4 Versuchsgebieten gleichsinnige Abweichungen (entweder sämtliche Abweichungen positiv oder sämtliche negativ). Dazu können noch 2 Vpn. gerechnet werden, deren Abweichungen von den Mittelwerten sehr gering sind und ebensogut gleichsinnig hätten ausfallen können (Vpn. 20 und 27). Von den noch verbleibenden 7 Vpn. mit ungleichsinnigen Abweichungen gab Vp. 9 an, visuell veranlagt zu sein (was mit der Verfeinerung der Schwelle in I und II gut zusammenstimmt). Vpn. 11, 19 und 29 hingegen nicht visuell, sondern teils motorisch, teils akustisch. Vpn. 30 endlich zeigt gröfsere Sicherheit bei der Vergleichung extensiver Gegebenheiten; von dieser Vp. liegt zufällig eine gröfsere Anzahl Reihen vor, welche diese Tatsache sämtlich bestätigen. In den beiden

[1] Es wird durch Tab. XXII gleichzeitig von neuem bewiesen, dafs die Aufmerksamkeitsspannung der Übung in hohem Mafse zugänglich ist, vgl. hierzu Kraepelin, *PhSd* **1**, 434. 1884. Im Gegensatz hierzu: C. E. Seashore und C. H. Kent, Periodicity and Progressive Change in Continuous Mental Work. *PsMon* **6** (28), 47 ff. 1905. (Bei der einfachen Wahrnehmung sowie der bloſsen Unterscheidung zeige sich kein merklicher Übungseinfluſs.)

noch übrigen Fällen, wo die Abweichungen nur auf einem Versuchsgebiet anderes Vorzeichen aufweisen und nicht allzu grofs sind, scheinen irgendwelche Störungen bei der Ausführung der Versuche stattgefunden zu haben.

Bei den Schwellenwerten der Versuchsgruppe *B* zeigen sich bis auf einige geringfügige Unstimmigkeiten dieselben Eigentümlichkeiten.

Abweichungen von der von uns festgestellten Proportionalität der Unterschiedsschwellen der verschiedenen Sinnesgebiete scheinen demnach nur in vereinzelten Fällen vorzukommen, nämlich bei einseitiger Bevorzugung eines oder einzelner Sinnesgebiete oder einzelner objektiver Gegebenheiten; der letztere Fall scheint am wenigsten vorzukommen. Eine besondere Fraktionierung der Vpn., je nachdem ihre Schwellen ausschliefslich gleichsinnige Abweichungen von den zugehörigen Mittelwerten zeigen oder nicht, ist hiernach überflüssig. Da man erwarten darf, dafs der Aufmerksamkeitstypus — ob fixierend oder fluktuierend —, sowie der Assimilationstypus — ob assimilierend oder dissimilierend — die Gröfse der Unterschiedsschwelle wesentlich beeinflussen, so liegt in der annähernden Proportionalität der Schwellen zugleich ausgesprochen, dafs jene Typen sich nicht etwa auf einzelne Versuchsgebiete und Reaktionsarten beziehen, sondern allgemeine Bedeutung besitzen.[1]

Anders bei den Gesamtstreuungen (s. Tab. XXIII). Hier heben sich deutlich 2 Typen von Vpn. heraus. 15 der Vpn. zeigen durchweg gleichcharakterisierte Abweichungen; dazu kommen noch 3 Vpn. (1, 7, 23), welche in einem Versuchsgebiet eine anders gerichtete Abweichung von so geringem Absolutwert besitzen, dafs man diese als zufällig betrachten darf. Die übrigen 12 Vpn. zeigen ganz verschiedene Vorzeichenkombinationen in ihren Abweichungen. Einige davon sind wiederum vielleicht auf die Bevorzugung einzelner Sinnesgebiete zurückzuführen, so bei den Vpn. 11, 19 und 29 (vgl. oben), ferner bei den Vpn. 6, 11, 27 und 32. Die übrigen entziehen sich unserer speziellen Kenntnis. Dafs die Sicherheit der Vergleichsleistungen von der Eigenart der zu vergleichenden Reize (Extensitäten — Inten-

[1] Rudolf Pintner, Untersuchungen über die Aufmerksamkeitsformen beim Lesen und Reagieren. *PdPsArb* **4** (1), 53. 1913.

Tabelle XXIII

Vp.	1. Abweichungen der *S* vom Durchschnitt				2. Abweichungen der *M* vom Durchschnitt			
	I A	II A	III A	IV A	I A	II A	III A	IV A
1	−0,05	−1,2	−1,3	−0,9	+0,15	+0,8	+0,5	−0,2
2	*−0,23*	*−2,4*	*−1,1*	*−0,8*	*−0,45*	*−3,2*	*−0,2*	*−2,1*
5	−0,33	−2,4	−2,0	−0,9	−0,55	−3,5	−3,1	−1,2
6	*−0,18*	*−2,2*	*−1,6*	*0*	*−0,35*	*−4,1*	*−2,0*	*+5,3*
7	−0,30	−2,7	−2,4	−0,8	−0,22	−2,8	+0,6	−2,1
8	−0,12	−1,0	−1,1	−0,2	−0,09	−1,3	−1,8	−2,1
9	−0,05	−0,7	+0,5	+0,7	−0,36	−3,2	−0,6	−1,3
10	+0,87	+5,7	+2,4	+1,3	+0,88	+4,3	+3,8	+2,8
11	*0*	*+2,0*	*−0,7*	*0*	*0*	*+0,9*	*−2,3*	*+1,1*
12	+0,20	−1,0	+0,5	+0,7	−0,15	−1,3	−0,6	0
13	+0,08	+3,5	+2,0	+0,5	−0,12	+1,7	+0,1	−1,2
14	+0,02	+0,1	+1,7	+0,7	−0,09	−0,8	0	−1,7
15	+0,70	+5,1	+1,7	+0,7	+0,72	+6,2	+2,2	+0,5
16	−0,18	−1,8	−1,3	−0,6	−0,37	−2,7	−2,1	−2,3
17	*−0,36*	*−3,1*	*−2,4*	*−0,7*	*+0,10*	*−2,2*	*+1,2*	*+0,4*
18	−0,14	−1,8	−1,0	−0,6	+0,24	+5,4	+3,8	+5,5
19	+0,20	+0,3	−1,6	−0,1	+0,24	+0,8	−3,1	−2,1
20	−0,13	+0,1	+0,1	0	+0,20	+5,9	+0,5	−1,1
21	*0*	*+1,8*	*+0,3*	*+0,2*	*+0,16*	*+2,4*	*−2,5*	*+4,9*
22	+0,93	+7,0	+7,6	+3,3	+0,79	+3,7	+9,4	+2,8
23	−0,32	−2,7	−2,2	−0,8	−0,10	−1,9	+0,3	−0,4
24	*−0,25*	*−2,2*	*−1,8*	*−0,5*	*+0,39*	*−3,1*	*+1,2*	*−1,5*
25	0	−0,9	−0,1	−0,7	−0,16	+5,6	−2,4	−1,5
26	−0,30	−1,8	−2,4	−0,8	−0,32	−4,6	−1,6	−2,3
27	−0,03	+1,0	+2,0	+0,2	−0,28	−1,8	+3,6	+1,4
28	+0,36	+2,0	+2,4	+0,2	+0,37	+1,4	+2,7	+0,6
29	*+0,20*	*+0,2*	*−1,1*	*−0,7*	*+0,32*	*+4,1*	*−1,6*	*+0,4*
30	−0,10	+1,4	+0,6	−0,4	−0,40	−1,5	−1,4	−2,1
31	*−0,12*	*+1,0*	*−0,1*	*−0,8*	*−0,45*	*−2,9*	*−1,6*	*−2,3*
32	−0,35	−2,3	−2,4	−0,8	−0,24	−1,9	−2,1	+0,9

sitäten) abhängt,[1] zeigt sich wiederum nur in einem Falle (Vp. 13), und zwar mit auffälliger Konstanz. Die betreffende Versuchsperson gab bereits während der Versuche zu Protokoll, dafs ihr die Vergleichung von Extensitäten wesentlich leichter falle, als die der Intensitäten. Um ein Bild von der Höhe und der Festigkeit der M-Korrelationen der beiden genannten Typen von Vpn. zu erhalten, wurden die Korrelationen für beide Fraktionen gesondert berechnet (Tab. XXIV, 1 und 2).

Tabelle XXIV, 1.

	$r'(M)$	$wF(r')$	$r''(M)$	$wF(r'')$
I A, II A	0,91	± 0,030	0,37	± 0,150
I A, III A	0,87	± 0,042	− 0,07	± 0,173
I A, IV A	0,75	± 0,076	− 0,27	± 0,161
II A, III A	0,81	± 0,060	− 0,33	± 0,155
II A, IV A	0,84	± 0,051	− 0,21	± 0,166
III A, IV A	0,80	± 0,063	− 0,23	± 0,165

Tabelle XXIV, 2.

	$r'(M)$	$wF(r')$	$r''(M)$	$wF(r'')$
I B, II B	0,79	± 0,073	0,54	± 0,119
I B, III B	0,85	± 0,055	− 0,30	± 0,153
I B, IV B	0,50	± 0,146	0,12	± 0,166
II B, III B	0,82	± 0,064	− 0,38	± 0,144
II B, IV B	0,83	± 0,061	0,31	± 0,152
III B, IV B	0,64	± 0,115	− 0,38	± 0,144

[1] Damit soll nicht gesagt sein, dafs in den übrigen Fällen eine solche Abhängigkeit nicht vorhanden sei; im Gegenteil wurde ja schon des öfteren auf diesen Punkt hingewiesen. Hier soll nur auf einen besonders hervorstechenden Fall aufmerksam gemacht werden, wo der Einflufs des Gegensatzcharakters der Reize in den Abweichungen von den zugehörigen Mittelwerten deutlich zum Ausdruck kommt, während es sich sonst jedenfalls nur um mehr oder weniger geringe Wertverschiebungen handelt.

Genauere Nachforschungen über die Ursachen jener verschiedenen Stellungnahme zu den objektiven Gegebenheiten konnten natürlich in vorliegender Arbeit nicht angestellt werden. Es wäre nicht uninteressant, wenn man von dieser Seite aus einmal dem Problem der Objektivierung sich zu nähern suchte, wie diese Tatbestände auch vom Standpunkt einer vergleichenden Sinnespsychologie aus von grofsem Interesse sind.

Es ist bemerkenswert, dafs die Korrelationskoeffizienten des ersten Streuungstypus trotz der Auswahl von nur gleichsinnigen Abweichungen nicht allzu hoch ausfallen; allem Anscheine nach liegt hier eben nicht einfach annähernde Proportionalität vor wie bei den Unterschiedsschwellen. Die psychologische Interpretation der beiden festgestellten Typen stöfst auf erhebliche Schwierigkeiten. Sollte, was jedoch hier nur vermutet werden kann, der Gedächtnisfaktor (Sinnesgedächtnis) ausschlaggebend sein, so gäbe es demnach einen gleichmäfsigen Gedächtnistypus, bei dem einseitige Gedächtnisleistungen auf bevorzugten Sinnesgebieten nicht hervortreten, und einen Typus mit mannigfach differenzierten Gedächtnisleistungen. Dafs das Sinnesgebiet eine wesentliche Rolle bei den M-Korrelationen spielt, kann jedenfalls auf Grund der Koeffizienten $r''_{\text{I A, II A}}(M)$ in Tab. XXIV, 1 und $r''_{\text{I B, II B}}(M)$ in XXIV, 2 vermutet werden.

b) Qualitative Analyse.

Wenn auch die qualitative Analyse begreiflicherweise und bedauerlicherweise nicht mit dem Grade der Intensität durchgeführt werden konnte, wie dies die im allgemeinen geringe Anzahl von Vpn. in der generellen Psychologie gestattet, so sollen dennoch die Ergebnisse derselben hier kurz mitgeteilt werden. Dabei ist sich der Verfasser sehr wohl der besonderen Schwierigkeit des Gegenstandes bewufst, von dem heute noch gilt, was Schumann 1904 schrieb: „Von gröfster Wichtigkeit für die Psychologie ist die Analyse des Vergleichsvorganges, von dem wir tatsächlich so gut wie nichts wissen."[1]

Die qualitative Analyse war im vorliegenden Falle insofern nicht leicht, als eine ganze Anzahl der Vpn. völlig Neulinge in der psychologischen Selbstbeobachtung waren. Die Konsequenz jedoch, mit der fast alle ihre Angaben wiederholten — darunter einige ein halbes Jahr später — sowie die Bestätigung ihrer Angaben durch unbefangene Beobachter, die lediglich an der qualitativen Analyse teilnahmen, lassen einen höheren Grad von Zutrauen gerechtfertigt erscheinen, als der Verfasser anfangs den Resultaten beizulegen gewillt war. Der Versuch, einige Vpn. auf eine ihnen nach ihrer Angabe ungewohnte Art ver-

[1] F. Schumann, Beiträge zur Analyse der Gesichtswahrnehmungen. 1. Heft. Leipzig 1904. S. 33.

gleichen zu lassen, sowie Unterbrechungsversuche nach Baade [1] bestärkten ihn darin.

Die Vpn. zerfallen nach den Ergebnissen der Selbstbeobachtung in drei Typen: einige führen einen aktiven Vergleich aus, andere verhalten sich mehr passiv, bei ihnen handelt es sich um die bei Wundt beschriebenen Wiedererkennungsvorgänge.[2] Eine dritte Gruppe von Vpn. stellt eine Art Mischtypus dar, insofern sie auf dem einen Sinnesgebiet vergleichen, auf einem anderen hingegen ein einfaches Wiedererkennen ausführen. Der erstgenannte Typus, der Vergleichstypus, stellt keinen einheitlichen Typus dar, insofern bei einem Teile der Vpn. das Erinnerungsbild das Fundament des Vergleichs darstellt, bei den übrigen Vpn. hingegen ein dem Normalreize zugeordnetes Element; einige der diesem Typus angehörigen Personen drückten dies charakteristischerweise so aus, dafs sie den Normalreiz „verarbeiten" müfsten, um zu einem sicheren Vergleichsurteil zu gelangen. Es ergibt sich demnach folgende Übersicht:

I. Vergleichstypus (aktiver Typus)
- rein reproduktiver (unmittelbar vergleichender) Typus,
- abstrahierender (mittelbar vergleichender) Typus;

II. Wiedererkennungstypus (passiver Typus);

III. Mischtypus.

Der mittelbar vergleichende Typus, der weit zahlreicher vertreten ist als der unmittelbar vergleichende — was vielleicht mit der speziellen Auswahl der Vpn. zusammenhängen könnte —, weist nun im einzelnen überaus grofse Mannigfaltigkeit auf, wobei die ganze Lebenshaltung, die vorwiegende Beschäftigung, das Milieu u. a. von Einfluſs auf die Wahl der Beziehungen und Zuordnungen zu sein scheinen. Bei den Versuchen der Gruppen I und IV (Vergleichung optisch bzw. taktil gegebener Raumstrecken) trat dies bemerkenswerterweise viel weniger hervor als bei den Versuchsgruppen II und III, wo Intensitätsgrade miteinander zu vergleichen waren.

---

[1] Baade, Unterbrechungsversuche als methodisches Hilfsmittel. *ZPs* **64**, 258 ff. 1913.

[2] Wundt, Grundzüge der physiologischen Psychologie. 6. Aufl. 3, S. 510 ff.

Bei der Versuchsgruppe I abstrahierten eine Anzahl von Vpn. von der Lichterscheinung, so dafs nur die Extensitäten selbst miteinander verglichen wurden. Dies geschah in verschiedener Weise. Einige sahen im Vergleichsakt beide Strecken dicht übereinander auf der Stelle des Sektors, wo die Reize gewöhnlich geboten wurden, andere projizierten beide Streckenvorstellungen an eine beliebige Stelle des Raumes, wieder andere sahen beide Strecken auf dem Sektor oder auch irgendwo im Raume, jedoch unter deutlicher Vorstellung eines Trapezes mit den beiden zu vergleichenden Strecken als Parallelseiten, wobei in der Regel auch begleitende Spannungsempfindungen (des Wachsens oder Abnehmens) beobachtet wurden. Eine weniger zahlreiche Gruppe von Vpn. gab an, jede der beiden Strecken bei der jedesmaligen Exposition mit einem Urteil zu versehen (ziemlich grofs, sehr grofs usw.) und die beiden zusammengehörigen Urteile dann miteinander in Beziehung zu setzen.

Ähnliche Angaben machten die Vpn. hinsichtlich der Ästhesiometerversuche (Gruppe IV). Hier wurden die Strecken entweder auf dem mehr oder weniger deutlich vorgestellten Handrücken lokalisiert oder auch visualisiert oder unabhängig von der speziellen Expositionsstelle irgendwo im Raume rein als Strecken vorgestellt. Andere, diese jedoch in ganz geringer Zahl, tasteten mit der rechten Hand ab und gründeten auf diese Bewegungsempfindungen bzw. -vorstellungen ihr Urteil. Von der bei Gruppe I erwähnten Trapezvorstellung berichtete hier keine der Vpn.

Bei den Schallversuchen suchten die Vpn. Zuordnungen teils auf akustischem, teils auf optischem oder auch kinästhetischem Gebiet. Von einer Anzahl der Vpn. wurde berichtet, dafs sich ihnen ganz unwillkürlich das Schlagen auf einen metallenen Topf oder das Schlagen mit einem Hammer aufgedrängt habe und dafs dann für das Urteil schliefslich der Vergleich der zugeordnet gedachten Bewegungen mafsgebend gewesen sei. Andere dachten an ein Werfen von schweren Gegenständen und verglichen dann die zugehörigen Wurfweiten. Wieder andere stellten sich die Fallhöhen vor und verglichen diese miteinander, um von da aus rückwärts auf das Verhältnis der Intensitäten zu schliefsen. Ähnlich wie bei I und IV trat auch vereinzelt die Neigung auf, die einzelnen Reize nach einer unbewufsten Intensitätsskala mit Urteilen zu versehen und diese

dann in Beziehung zu setzen. Einige wenige der Vpn., die nach ihrer Angabe stark motorisch veranlagt waren, führten Mitbewegungen aus und verglichen dann die Bewegungsvorstellungen. Es ist unmöglich, aufserdem alle jenen persönlichen, oft beinahe verwunderlichen Beziehungen einzeln aufzuführen, auf welche manche Vpn. unwillkürlich verfielen, um zu möglichst sicheren Vergleichsurteilen zu gelangen. Interessant ist hier nur, dafs dieses Streben nach Beziehungen und Zuordnungen gerade auf dem Gebiete der Intensitätsvergleichung so stark hervortrat.

Häufiger als bei den übrigen Versuchsgruppen trat bei der Vergleichung von Farbsättigungsgraden die Tendenz hervor, dem einzelnen Reiz an sich ein gewisses Urteil zuzuordnen und diese Urteile dann zu einem Vergleichsurteil zusammenzufassen. Andere Vpn. berichteten von einer Art Gewichtskalkül: sie hätten beim Erscheinen der Einzelreize diese mit einem gewissen Gewicht belegt gedacht und hinterher eine Beziehung hergestellt; dies bedeutet offenbar nur eine weitere Präzisierung des eben geschilderten Urteilsverfahrens. Eine Vp. gab an, dafs sie beim Fällen des Vergleichsurteils ganz deutlich zwei Scheiben nebeneinander sehe, dafs sie jedoch völlig von der Farbigkeit derselben abstrahiere. Nicht selten trat auch der Fall auf, dafs die Sättigungsunterschiede in Unterschiede der Helligkeit umgedacht wurden, was sich auch unmittelbar in der spontanen Abfassung des Vergleichsurteils äufserte. Auch hier ist es jedoch nicht möglich, alle persönlichen Varianten mitaufzuführen, die sich im wesentlichen den eben angeführten Gesichtspunkten erschöpfend einordnen lassen.

Es erhebt sich nun die Frage, ob und wie weit die Vielgestaltigkeit der Reaktion im einzelnen auch quantitativ ihren Ausdruck finde. Zu diesem Zwecke sind zunächst in Tab. XXV die Ergebnisse der qualitativen Analyse übersichtlich zusammengestellt worden, so dafs es möglich ist, diese auf die in den Tabellen IA—IVA (IB—IVB, Ia—IVa, Ib—IVb), mitgeteilten Hauptwerte und Streuungsmafse zu beziehen. Von vornherein ist es ja durchaus nicht ausgeschlossen, dafs die funktionellen Verschiedenheiten in den objektiven Ergebnissen keinen Ausdruck finden, da es nicht unwahrscheinlich ist, dafs die verschiedenen Typen durch fortgesetzte Anwendung der ihnen eigentümlichen Reaktionsweise zu einem Optimum gelangen. Andererseits zeigte

Tabelle XXV.

Vp.	I	II	III	IV	Typus
1	V	W	V	V	M
2	*V*	*V*	*V*	*V*	*V*
3	*W*	*V*	*V*	*W*	*M*
4	W	W	W	W	W
5	W	W	W	W	W
6	*V*	*V*	*V*	*V*	*V*
7	W	W	W	W	W
8	V	V	V	V	V
9	V	V	V	V	V
10	V	V	V	V	V
11	*V*	*V*	*V*	*V*	*V*
12	W	W	W	W	W
13	V	V	V	V	V
14	V	V	V	V	V
15	W	W	W	W	W
16	V	W	V	W	M
17	*W*	*W*	*W*	*W*	*W*
18	V	V	V	V	V
19	V	V	V	V	V
20	V	V	V	V	V
21	*V*	*V*	*V*	*V*	*V*
22	V	V	V	V	V
23	V	V	V	V	V
24	*V*	*V*	*V*	*V*	*V*
25	V	W	W	W	M
26	V	V	V	V	V
27	V	V	V	V	V
28	W	W	W	W	W
29	*V*	*V*	*V*	*V*	*V*
30	V	V	W	W	M
31	*W*	*W*	*W*	*W*	*W*
32	V	V	V	V	V

sich früher (S. 40 f.), dafs die weiblichen Vpn. eine geringere durchschnittliche Unterschiedsschwelle besitzen als die männlichen. Da aber die weiblichen Vpn. fast ausschliefslich dem Vergleichstypus angehören, ist es wohl auch nicht ausgeschlossen, dafs die konstatierte gröfsere Feinheit in der Unterscheidung eben auf jene funktionellen Unterschiede zurückgeht.

Da eine Berechnung von Korrelationskoeffizienten auf Grund der Ergebnisse von 5 bzw. 8 Personen bedenklich erschien, wenngleich Krueger und Spearman in ihrer sehr bekannt gewordenen Korrelationsarbeit die Berechnungen auf Grund der Ergebnisse von nur 9 Personen durchführten, wurden hier nur die Durchschnitte über die Hauptwerte und Streuungsmafse der drei in der qualitativen Analyse bestimmten Typen berechnet. In den Tabellen XXVI, 1 und 2 sind dieselben für die Versuchsgruppen IA—IVA und IB—IVB mitgeteilt.

In beiden Fällen zeigt der Vergleichstypus allgemein kleinere Unterschiedsschwellen und gröfsere Gesamtstreuungen als der Wiedererkennungstypus; ersterer wäre demnach im ganzen als der empfindlichere, letzterer als der sicherere zu betrachten. Ferner ist bemerkenswert, dafs — bis auf einen Ausnahmefall in Tabelle XXVI, 1 — die absoluten Fehlerbeträge beim Vergleichstypus gröfser ausfallen als beim Wiedererkennungstypus. Aus den Durchschnitten über die algebraisch genommenen mittleren Schätzungsfehler läfst sich keine derartig einheitliche Tendenz feststellen, doch zeigen auch hier die beiden Typen mehrmals eine Art gegensätzlichen Verhaltens. Der Mischtypus, im vorliegenden Falle durch 5 Vpn. vertreten, zeigt kein einheitliches Bild.

Tabelle XXVI, 1.

	IA				IIA			
	S	M	c	c	S	M	c	c
V.-T.	0,31	1,05	−0,28	0,38	2,6	10,0	+0,1	3,0
W.-T.	0,39	1,01	−0,30	0,31	2,9	9,6	−1,5	1,5
M.-T.	0,37	1,00	−0,30	0,30	3,0	11,1	−1,3	2,1

	III A				IV A			
	S	M	c	|c|	S	M	c	|c|
V.-T.	2,2	8,5	+2,4	3,8	0,8	4,7	−0,9	1,4
W.-T.	2,8	8,7	+2,7	4,4	1,0	3,7	−0,1	0,7
M.-T.	2,4	7,4	+3,7	3,7	0,4	4,0	+0,8	0,8

Tabelle XXVI, 2.

	I B				II B			
	S	M	c	|c|	S	M	c	|c|
V.-T.	0,31	1,04	−0,38	0,41	2,3	10,0	+1,2	3,9
W.-T.	0,37	0,84	−0,27	0,31	2,7	8,7	0	2,2
M.-T.	0,33	0,98	−0,50	0,67	3,1	10,3	+0,4	1,8

	III B				IV B			
	S	M	c	|c|	S	M	c	|c|
V.-T	2,0	8,2	+2,7	3,9	0,7	4,6	−0,7	1,7
W.-T.	2,1	6,8	+2,2	3,1	1,0	4,0	+0,1	0,9
M.-T.	2,0	7,5	+6,2	6,5	0,2	2,9	+0,5	0,9

c) Die Aufmerksamkeitsleistung als zentraler Faktor.

Während nach dem Vorangegangenen (s. S. 55) die Gesamtstreuungen M und der mittlere Schätzungsfehler c — wenigstens bei einem Teile der Vpn. — sich als stark abhängig vom Sinnesgebiet, von der objektiven Eigenart der Reize und anderen Faktoren erwiesen, hat sich die Unterschiedsschwelle als so gut wie völlig unabhängig von den genannten Faktoren herausgestellt. Es wurde in der Analyse (s. S. 56) gezeigt, dafs der zentrale Faktor, der in der Proportionalität der Unterschieds-

schwellen der verschiedenen Versuchsgebiete so augenfällig zutage tritt, in der Aufmerksamkeitsspannung, in der Intensität der Aufmerksamkeit zu suchen ist.

Es liegt nahe, von hier aus Stellung zu nehmen zu der viel diskutierten Zentralfaktortheorie Kruegers und Spearmans. Diese beiden Forscher lehnten die Aufmerksamkeit als zentralen Faktor ab, glaubten diesen vielmehr auf psycho-physiologischem Gebiet, in einer allgemeinen funktionellen Qualität des Nervensystems, suchen zu müssen. Wenn auch niemand leugnen wird, dafs die Aufmerksamkeit, wie jede psychische Leistung, an gewisse physiologische Bedingungen gebunden ist, so haben doch die vorliegenden Versuche den durchaus psychologischen Charakter des konstatierten Zentralfaktors klar erwiesen. Es zeigt sich somit die Richtigkeit der Wundtschen[1] Auffassung von der Natur jenes Zentralfaktors. Übrigens hat Spearman[2] neuerdings seine Auffassung hinsichtlich des Wesens jenes zentralen Faktors geändert, indem er, die vieldeutige Bezeichnung „Aufmerksamkeit" vermeidend, die „intellektive energy" als Zentralfaktor bezeichnet — eine Auffassung, die der von uns eben ausgesprochenen jedenfalls sehr nahe kommt.[3]

Die von uns vertretene Auffassung des zentralen Faktors erklärt zugleich die hohe Korrelation der Unterschiedsschwelle mit den sogen. Intelligenztests, da wohl niemand leugnen wird, dafs sog. Intelligenzleistungen immer mit starken Aufmerksamkeitsleistungen verbunden sind. (Vgl. die Fassung des Intelligenzbegriffs bei Meumann, sowie die Andeutungen hierüber bei Wundt.)[4]

6. Über einige Fragen der Korrelationsstatistik in ihrer besonderen Anwendung auf die Psychologie.

Es würde über den Rahmen der vorliegenden Arbeit hinausführen, wenn wir uns mit der Diskussion der speziellen

---

[1] W. Wundt, Grundzüge d. physiol. Psych. 6. Aufl. 1911, **3**, S. 596ff.

[2] Spearman und Hart, General Ability, its Existence and Nature. *BrJPs.* **5** (1), 51—84. 1912.

[3] Ähnliches wie für die Aufmerksamkeitsspannung scheint übrigens für die Aufmerksamkeitsverteilung auf den verschiedenen Sinnesgebieten zu gelten. Vgl. hierzu W. Wirth, Über die Aufmerksamkeitsverteilung in verschiedenen Sinnesgebieten. *2 CgEPs*, 236—243. 1902.

[4] E. Meumann, Vorlesungen über exper. Pädagogik, 2. Aufl. 2, 686ff. 1913. W. Wundt, Grundzüge d. physiol. Psychologie, 6. Aufl. **3**, 596ff. 1911.

Eliminationsformeln beschäftigen wollten, wie sie besonders von C. Spearman vorgeschlagen worden sind. Wir wollen hier vielmehr nur einige Fragen erörtern, die für die Anwendung der Korrelationsstatistik auf die Psychologie von Bedeutung sind und von dem vorliegenden Material aus besondere Beleuchtung erfahren.

a) Spearmans „Ergänzungsformel".

Spearman hat zur Elimination der Beobachtungsfehler eine Formel vorgeschlagen, die von Anfang an ziemlich skeptisch aufgenommen worden ist. Besonders suchte W. Brown die Gültigkeit der sog. „Ergänzungsformel" zu widerlegen.

Bezeichnen x_1 u. x_2, y_1 u. y_2 je zwei Messungsreihen der Merkmale x u. y, so ist nach Spearman[1] die ergänzte, d. h. von den zufälligen Fehlern befreite Korrelation:

$$r_{xy} = \frac{\sqrt[4]{r_{x_1 y_1}\, r_{x_2 y_2}\, r_{x_1 y_2}\, r_{x_2 y_1}}}{\sqrt{r_{x_1 x_2}\, r_{y_1 y_2}}}$$

Voraussetzung ist hierbei, daſs die Fehler weder untereinander, noch mit dem wahren Werte von x bzw. y korreliert sind. Es geht hieraus ohne weiteres hervor, daſs eine direkte Prüfung der Gültigkeit dieser Formel ausgeschlossen ist, da man ja weder die wahren Werte, noch die Fehler kennen kann. Feststellbar sind für uns vielmehr nur Messungswerte und Schwankungen derselben zwischen mehreren Messungen desselben Merkmals. Man wird aber eine gewisse Wahrscheinlichkeit einer Korrelation zwischen wahren Werten und Messungsfehlern nicht bestreiten können, falls Korrelationen zwischen Messungswerten und Schwankungen nachgewiesen werden. Diesen Weg, dessen Gangbarkeit Spearman allerdings bestreitet, hat W. Brown[2] in zwei Arbeiten eingeschlagen. Er fand Korrelationen bis zu 0,30 und 0,40.

---

[1] C. Spearman, *AmJPs* **15**, 72 ff. 1904.

—, Demonstration of Formulae for True Measurement of Correlation. *AmJPs* **18**, 161 ff. 1907.

—, *BrJPs* **3**, 271 ff. 1910.

[2] W. Brown, *6CgInPs*, 571—576. 1910. G. U. Yule, An Introduction to the Theory of Statistics. 2. Aufl. 1912, S. 213.

Das von Brown benutzte Verfahren wurde von uns auf die beiden Fraktionen a und b der Versuchspruppe B angewandt, und zwar wurden sowohl die Korrelationen zwischen Messungwerten und Schwankungen derselben für die einzelnen Versuchsgebiete berechnet, als auch die Korrelationen zwischen den Schwankungen der Messungswerte je zweier verschiedener Versuchsgebiete (s. Tabelle XXVII). Dabei ergaben sich einige ganz beträchtliche Korrelationen (bis zu 0,73); besonders bei den Schwellen und ihren Schwankungen treten verhältnismäfsig hohe Korrelationen auf, während bei den Streuungen und mittleren Schätzungsfehlern beträchtlichere Korrelationen nur vereinzelt zu beobachten sind.

Tabelle XXVII.

	r(S)	wF	r(M)	wF	r(c)	wF
Ia, Ia—Ib	0,58	± 0,085	0,01	± 0,127	— 0,06	± 0,126
IIa, IIa—IIb	0,45	± 0,102	— 0,35	± 0,112	0,03	± 0,127
IIIa, IIIa—IIIb	0,65	± 0,074	0,36	± 0,111	0,08	± 0,126
IVa, IVa—IVb	0,42	± 0,105	0,34	± 0,113	0,59	± 0,083
Ib, Ia—IIb	0,54	± 0,090	0,32	± 0,114	0,41	± 0,104
IIb, IIa—IIb	0,43	± 0,104	0,24	± 0,120	— 0,17	± 0,124
IIIb, IIIa—IIIb	0,67	± 0,070	— 0,15	± 0,125	0,17	± 0,124
IVb, IVa—IVb	0,73	± 0,060	0,47	± 0,099	0,64	± 0,075
Ia—Ib, IIa—IIb	0,20	± 0,122	— 0,09	± 0,126	0,02	± 0,127
Ia—Ib, IIIa—IIIb	0,36	± 0,111	— 0,38	± 0,109	— 0,06	± 0,127
Ia—Ib, IVa—IVb	0,30	± 0,116	— 0,13	± 0,125	0,01	± 0,127
IIa—IIb, IIIa—IIIb	0,48	± 0,098	0,28	± 0,117	— 0,09	± 0,126
IIa—IIb, IVa—IVb	0,17	± 0,124	— 0,01	± 0,127	— 0,03	± 0,127
IIIa-IIIb, IVa-IVb	0,25	± 0,119	0,06	± 0,127	— 0,20	± 0,122

Wie bereits erwähnt, hat Spearman diese Art des Beweisverfahrens nicht anerkannt; es werde daher noch der zweite von Brown vorgeschlagene Weg eingeschlagen, der ohne Zweifel einwandfrei ist. Da auf Grund der Definition der zufälligen Fehler die Korrelation zwischen den wahren Werten x bzw. y und den zugehörigen Fehlern, sowie die zwischen den Fehlern = 0 sein

muſs, also auch $\Sigma x\delta = \Sigma y\varepsilon = \ldots = 0$ (wenn δ u. ε die Fehler bezeichnen), so muſs

$$\Sigma(x_1 y_1) = \Sigma(xy) = \Sigma(x_2 y_2)$$

sein. Die Diskrepanzen zwischen $\Sigma(x_1 y_1)$ und $\Sigma(x_2 y_2)$ stellen also ohne weiteres ein Kriterium dar, ob jene Voraussetzung erfüllt ist oder nicht. Bildet man nun die Differenz $\Sigma(x_1 y_1) - \Sigma(x_2 y_2)$, so ergeben sich erhebliche Differenzen, welche natürlich erst durch Vergleich mit dem wahrscheinlichen Fehler ins rechte Licht gerückt werden (s. Tab. XXVIII).[1]

Tabelle XXVIII.

$\Sigma(x_a y_a) - \Sigma(x_b y_b)$	(S)	wF	(M)	wF	(c)	wF
Ia, IIa — Ib, IIb	5940	93	1279	78	7345	87
Ia, IIIa — Ib, IIIb	1865	143	5369	73	4645	190
Ia, IVa — Ib, IVb	3848	68	8097	74	5256	61
IIa, IIIa — IIb, IIIb	3225	118	1130	69	2839	134
IIa, IVa — IIb, IVb	2132	59	3925	151	4722	152
IIIa, IVa — IIIb, IVb	331	52	606	83	6266	50

Betrachten wir, wie sonst bei dieser Rechnungsweise üblich, eine Differenz erst dann als erheblich, wenn sie den dreifachen Betrag des wF übersteigt, so gibt es in Tabelle XXVIII nicht einen einzigen Fall, welcher die Anwendung der Ergänzungsformel gestatten würde. Man wird also besser tun, die Anwendung derselben zu vermeiden, vollends, wenn man, wie bei Anwendung des Schwellenverfahrens, sehr rasch durch Mittelbildung aus einer gröfseren Anzahl von Vollreihen zum Ziele gelangt, wie Tabelle XXIX zeigt. Es wurden hier nacheinander die Schwellenwerte aus den beiden ersten, den 4 ersten, endlich aus allen 6 zur Berechnung herangezogenen Vollreihen der Versuchsgruppe A und ihre Korrelationen berechnet. Es zeigt sich im ganzen ein konsequentes Anwachsen des Koeffizienten mit wachsender Reihenzahl.

Spearman[2] hat im Jahre 1912 eine Reihe weiterer zum Teil sehr scharfsinnig abgeleiteter Eliminationsformeln veröffentlicht; auf diese soll jedoch erst an anderer Stelle eingegangen werden.

[1] W. Brown, The Essentials of Mental Measurement, S. 84 f.
[2] Spearman, *BrJds* **3**, 271 ff. 1910.

Tabelle XXIX.

	2 Vollreihen		4 Vollreihen		6 Vollreihen	
	r	wF	r	wF	r	wF
I, II	0,64	± 0,073	0,84	± 0,035	0,80	± 0,044
I, III	0,78	± 0,048	0,84	± 0,035	0,84	± 0,035
I, IV	0,68	± 0,066	0,82	± 0,040	0,85	± 0,034
II, III	0,73	± 0,058	0,86	± 0,032	0,85	± 0,034
II, IV	0,65	± 0,071	0,78	± 0,048	0,82	± 0,040
III, IV	0,80	± 0,044	0,90	± 0,023	0,92	± 0,019

b) Maſskorrelation — Rangkorrelation.

Da man bis jetzt im allgemeinen in psychologischen Korrelationsuntersuchungen der Rangkorrelation den Vorzug gegeben hat — auch die Krueger-Spearmansche Arbeit benutzt die Rangkorrelation —, so wird es von Interesse sein, zu sehen, welche Ungenauigkeiten durch Überführung der Maſszahlen in Rangplätze entstehen können.[1] Es wurden daher die Schwellen- und Streuungskorrelationen für die Versuchsgruppen A und B noch nach der Rangmethode bestimmt. In Tabelle XXX sind die r- und ϱ-Werte mit ihren wahrscheinlichen Fehlern einander gegenübergestellt.

Während bei den Schwellen die ϱ-Mittel wesentlich niedriger ausfallen als die r-Mittel, bei den Streuungen ein wesentlicher Unterschied nicht zu bemerken ist, zeigen sich im einzelnen ganz erhebliche Unterschiede (bis zu 0,20), und zwar fällt ϱ, auch bei den Schwellenkorrelationen, bald höher, bald niedriger aus als der entsprechende r-Wert. Selbst wo das Gausssche Gesetz angenähert gilt, wie bei der Verteilung der M-Werte, scheint die Pearsonsche Überführungsformel (s. S. 20) keine Gültigkeit zu haben, bzw. erst bei viel gröſserem n Geltung zu erlangen.

c) Das Pearsonsche Korrelationsverhältnis.

Zur Beschreibung der Hauptkorrelationen wurde nicht nur der Bravaissche Koeffizient (r), sondern aufserdem das von

[1] Unter Rangkorrelationen werden hier also nicht Korrelationen zwischen Rangordnungen verstanden, welche durch bloſse Abschätzung und Vergleichung von Individuen gewonnen worden sind.

Tabelle XXX.

	$r(S)$	$wF(r)$	$\varrho(S)$	$wF(\varrho)$	$r(M)$	$wF(r)$	$\varrho(M)$	$wF(\varrho)$
I A, II A	0,80	± 0,044	0,88	± 0,060	0,72	± 0,058	0,72	± 0,088
I A, III A	0,84	± 0,035	0,80	± 0,075	0,62	± 0,074	0,48	± 0,109
I A, IV A	0,85	± 0,034	0,74	± 0,085	0,44	± 0,098	0,54	± 0,107
II A, III A	0,85	± 0,034	0,80	± 0,076	0,34	± 0,107	0,23	± 0,123
II A, IV A	0,82	± 0,040	0,69	± 0,093	0,37	± 0,106	0,44	± 0,116
III A, IV A	0,91	± 0,019	0,79	± 0,078	0,41	± 0,101	0,40	± 0,116
Durchschn.	$0,83_5$		0,78		0,48		0,47	
I B, II B	0,78	± 0,049	0,80	± 0,079	0,61	± 0,079	0,72	± 0,094
I B, III B	0,69	± 0,065	0,61	± 0,102	0,29	± 0,113	0,32	± 0,122
I B, IV B	0,80	± 0,046	0,69	± 0,095	0,31	± 0,114	0,33	± 0,124
II B, III B	0,72	± 0,060	0,64	± 0,101	0,10	± 0,124	0,17	± 0,129
II B, IV B	0,80	± 0,046	0,69	± 0,097	0,57	± 0,086	0,45	± 0,119
III B, IV B	0,72	± 0,060	0,52	± 0,112	0,05	± 0,125	0,12	± 0,130
Durchschn.	0,75		0,66		0,32		0,35	

Tabelle XXXI.

	$\eta_1(S)$	$\eta_2(S)$	$\eta_1(M)$	$\eta_2(M)$	$\eta_1(c)$	$\eta_2(c)$
I A, II A	0,95	0,89	0,87	0,90	0,17	0,37
I A, III A	0,92	0,88	0,71	0,73	0,45	0,53
I A, IV A	0,94	0,88	0,69	0,58	0,37	0,51
II A, III A	0,86	0,84	0,52	0,57	0,39	0,61
II A, IV A	0,85	0,91	0,61	0,45	0,30	0,72
III A, IV A	0,95	0,94	0,75	0,63	0,31	0,37
I B, II B	0,86	0,80	0,70	0,74	0,23	0,26
I B, III B	0,81	0,77	0,58	0,41	0,54	0,43
I B, IV B	0,83	0,79	0.51	0,41	0,30	0,44
II B, III B	0,67	0,96	0,36	0,51	0,44	0,33
II B, IV B	0,83	0,86	0,68	0,74	0,51	0,55
III B, IV B	0,77	0,75	0,42	0,35	0,15	0,46

Pearson vorgeschlagene Korrelationsverhältnis (η) benutzt. So wünschenswert eine Fortbildung der Korrelationsrechnung nach dieser Seite hin erscheint, so mufs doch von vornherein zugegeben werden, dafs r in zweierlei Hinsicht dem η überlegen ist; erstens kommt in r stets der Sinn der gemeinsamen Variation zum Ausdruck, während η immer positiv ausfällt, sodann ist r ein summarischer Ausdruck, ein einheitliches Mafs der bestehenden Korrelation, während der Definition nach 2 verschiedene η existieren. Die Ansicht W. Browns, dafs die beiden η im allgemeinen nahezu gleich ausfallen und dafs deswegen nur ein η berechnet zu werden brauche, ist nach den vorliegenden Resultaten nicht zutreffend. Vielmehr zeigt Tabelle XXXI, dafs in vielen Fällen recht erhebliche Unterschiede bestehen (bis zu 0,42), so dafs es sich als nötig erweist, beide η zu berechnen und das arithmetische Mittel $\frac{\eta_1 + \eta_2}{2}$ als summarisches Mafs zu verwenden, was freilich eine gewisse Willkür bedeutet. Willkürlich bleibt aufserdem beim η-Verfahren die Wahl des Intervalls, die bis zu einem gewissen Grade dem Takt des einzelnen überlassen bleiben mufs, solange nicht auch auf dem Gebiete der Korrelationsstatistik spezielle Untersuchungen darüber angestellt werden, wie sie in der Kollektivmafslehre bereits in Angriff genommen worden sind.[1] Das r-Verfahren dagegen hat den grofsen Vorteil, nach passender Wahl der Abrundung eines besonderen Intervalls nicht zu bedürfen.

---

[1] Vorarbeiten hierzu:

W. F. Sheppard, On the Calculation of the Average Square, Cube etc., of a large number of Magnitudes. *JRoStaSoc* **60**. 698. 1897.

—, On the Calculation of the most probable Values of Frequency Constants for Data arranged according to Equidistant Divisions of a Scale. *ProcLondonMathSoc* **29**, 333.

—, The Calculation of Moments of a Frequency distribution. *Biometrika*, **5**, 540. 1907.

K. Pearson and others, On an Elementary Proof of Sheppards Formulae for correcting Raw Moments and on other allied points. *Biometrika*, **3**, 308. 1904.

7. Zusammenfassung der Ergebnisse.

a) Hauptergebnisse.

Ergebnisse materialer Art.

Generell:

1. Die Unterschiedsschwellen elementarer Vergleichsleistungen (sukzessive Vergleichung von optisch dargebotenen Raumstrecken, Farbsättigungsgraden, Schallintensitäten, taktil dargebotenen Raumstrecken) zeigen hohe und beständige Korrelationen, die Gesamtstreuungen der Urteile Korrelationen mittlerer Höhe, die (Absolutwerte der) mittleren Schätzungsfehler im allgemeinen keine Korrelation.

2. Die bestehenden Korrelationen werden nicht durch Faktoren verursacht, die dem in Frage stehenden Zusammenhang nicht angehören. Ganz sicher gilt dies von den Schwellenkorrelationen in bezug auf den Einfluſs von Alter, Nationalität und Geschlecht. Die Streuungswerte der Urteile, sowie die mittleren Schätzungsfehler hängen zweifellos in höherem Maſse von den 3 genannten Faktoren ab als die Schwellenwerte. Wenn auch mangels eines für diese besonderen Fälle geeigneten Korrelationsverfahrens eine Elimination der Einflüsse von Nationalität und Geschlecht aus den berechneten totalen Korrelationen nicht angängig ist, so ist doch aus der Verschiedenheit der Höhe und des Sinnes der sich nach einer provisorischen Formel ergebenden Korrelationen zu erschlieſsen, daſs die partiellen Korrelationen eher höher als niedriger ausfallen dürften.

3. Fortlaufende Übung erhöht die Korrelation. Binets Ansicht, daſs die Korrelationen zwischen einfachen psychischen Leistungen mit der Zeit immer mehr verringert werden, wird so von neuem als unzutreffend erwiesen.

4. Die Verlängerung der Zwischenzeit zwischen Normal- und Vergleichszeit beeinfluſst die verschiedenen Hauptwerte und Streuungsmaſse, sowie ihre Korrelationen in verschiedener Weise: während die Schwellenkorrelationen sich so gut wie unabhängig von der Verlängerung der Zwischenzeit erweisen, werden die Korrelationen der Gesamtstreuungen herabgesetzt. Der bei der Vergleichsleistung wirksame Gedächtnisfaktor scheint demnach besonders in M (übrigens auch in c) einzugehen, während die

Unterschiedsschwelle im wesentlichen von der Aufmerksamkeitsleistung bei der Auffassung der zu vergleichenden Gegebenheiten abhängt. Diese Auffassung wird durch die Analyse hinreichend bestätigt. Die Unterschiedsschwelle bei einfachen Vergleichsleistungen (bei nicht zu langer Zwischenzeit zwischen Normal- und Vergleichsreiz) ist also durchaus zentral, psychologisch bedingt; es bestätigt sich so die von Wundt vertretene Ansicht bezüglich der Natur und des Symptomcharakters der Unterschiedsschwelle.

5. Gleichzeitig fällt von hier aus von neuem Licht auf die vor allem von Krueger und Spearman vertretene Theorie des „Zentralfaktors". Als Zentralfaktor wird man nach den hier vorliegenden Ergebnissen die Aufmerksamkeitsspannung betrachten dürfen, eine Auffassung, die Wundt der Krueger-Spearmanschen Deutung des zentralen Faktors entgegenstellte und der auch die neuerdings von Spearman und Hart vertretene Ansicht nahe kommt.

6. Sofern endlich die Aufmerksamkeitstypen — fixierend und fluktuierend — und die Assimilationstypen — assimilierend und dissimilierend — in Betracht gezogen werden, wird man auf Grund der hier nachgewiesenen Proportionalität der Unterschiedsschwellen annehmen dürfen, daſs jene Typenbildungen von den spezifischen Qualitäten der zu vergleichenden Gegebenheiten völlig unabhängig sind und sich vielmehr auf alle Reaktionen derselben formalen Beschaffenheit beziehen.

Differentiell:

1. Im Gegensatz zu den Unterschiedsschwellen, die sich als annähernd proportional herausgestellt haben, zeigen sich bei den Gesamtstreuungen erhebliche Ungleichheiten, besser ausgedrückt: Unsymmetrien auf den verschiedenen Versuchsgebieten. Bemerkenswert ist jedoch, daſs sich die Versuchspersonen in 2 etwa gleich groſse Fraktionen scheiden: bei der einen Gruppe bestehen zwischen den M der verschiedenen Versuchsgebiete ziemlich hohe, bei den anderen im allgemeinen keine nennenswerten Korrelationen. Betrachtet man M als Repräsentanten des Sinnesgedächtnisses, so gäbe es demnach einen einheitlichen Gedächtnistypus mit verhältnismäſsig gleichmäſsigen Gedächtnisleistungen und einen mehr differenzierten mit einseitigen Gedächtnisleistungen.

Doch besteht bei ersterem nicht einfach das Gesetz der Proportionalität, welches bei den Unterschiedsschwellen sehr nahe erfüllt ist.

2. In bezug auf die besondere Form der Vergleichsleistung haben sich in vorliegender Untersuchung **3 verschiedene Typen** herausgestellt: der **Vergleichstypus** (aktiver Typus), der seinerseits rein reproduktiv (unmittelbar vergleichend) oder abstrahierend (mittelbar vergleichend) sein kann, der **Wiedererkennungstypus** (passiver Typus) und der **Mischtypus**, letzterer in dem Sinne, dafs die ihm angehörenden Vpn. auf den verschiedenen Versuchsgebieten in verschiedener Weise reagieren. Die Durchschnitte über die Schwellen, Streuungswerte und mittleren Schätzungsfehler beweisen, dafs der Vergleichstypus als der empfindlichere, der Wiedererkennungstypus als der sicherere anzusprechen ist. Von den 32 Vpn. gehört die überwiegende Anzahl dem Vergleichtypus an (19), dem Wiedererkennungstypus 8, dem Mischtypus 5.

3. Fraktioniert man das Material nach dem Geschlecht der Vpn., so zeigt sich eindeutig, dafs die weiblichen Vpn. im Mittel kleinere Unterschiedsschwellen als die männlichen Vpn. besitzen, eine Tatsache, die sicher auf die Form der Reaktion zurückzuführen ist: von den 9 untersuchten weiblichen Vpn. gehörten 6 dem Vergleichstypus an. Die Sicherheit der Urteilsleistung ist bei den männlichen Vpn. auf dem Gebiete der Extensitätsvergleichung gröfser als bei den weiblichen; auf dem Gebiete der Intensitätsvergleichung hingegen sind die Frauen sicherer als die Männer. Im ganzen zeigen letztere ein konstanteres Verhalten als die weiblichen Vpn. Die Hauptwerte und Streuungsmafse der männlichen Vpn. zeigen gröfsere interindividuelle Streuungen als die der weiblichen.

Ergebnisse methodischer Art.

1. Das Blakemansche Kriterium als hinreichend genau vorausgesetzt, erwies sich in vorliegender Arbeit das Bravais-Pearsonsche Korrelationsverfahren im allgemeinen als ausreichend; in den untersuchten Fällen zeigte sich kaum ein Widerspruch zur Blakemanschen Ungleichung.

2. Die Anwendung der Brownschen Kriterien zeigte die Unzulässigkeit der Spearmanschen Ergänzungsformel.

3. Die Überführung der Messungsreihen in Rangreihen und die auf Grund der letzteren vorgenommene Berechnung der ϱ-Werte führte zu sehr erheblichen Differenzen zwischen r und ϱ, Differenzen, welche die nach der Pearsonschen Überführungsformel

$$r = 2 \sin\left(\frac{\pi}{6}\,\varrho\right)$$

berechneten zuweilen um mehr als das Zehnfache übertreffen.

4. In den meisten Fällen, wo neben r noch das Korrelationsverhältnis η berechnet wurde, zeigten sich beträchtliche Unterschiede zwischen η_1 und η_2. Es ist demnach nicht angängig, eines der beiden η zur Beschreibung des Korrelationsgrades zu verwenden. Vielmehr wird man durch Mittelbildung ein summarisches Maſs der Korrelation gewinnen müssen.

b) Nebenergebnisse.

1. Bei der Vergleichung von optisch gebotenen Extensitäten besteht die Neigung, den Vergleichsreiz zu überschätzen, während bei der Vergleichung von Schallintensitäten umgekehrt die Neigung zur Unterschätzung des Vergleichsreizes vorhanden ist. Dies kommt sowohl in der Lage der Extreme, als auch in der Lage der Äquivalenzwertes, sowie in der Gröſse der oberen und unteren Unterschiedsschwelle deutlich zum Ausdruck. Bei Verlängerung der Zwischenzeit zwischen Normalreiz und Vergleichsreiz treten diese Neigungen auch in der Vergleichung von Farbsättigungsgraden und taktil dargebotenen Raumstrecken deutlich hervor. Offenbar handelt es sich hier um charakteristische Unterschiede in der Auffassung und Vergleichung von Extensitäten und Intensitäten.

2. In der Sicherheit der Urteilsleistung treten diese Unterschiede nicht hervor: M_o und M_u zeigen kein bestimmtes charakteristisches Gröſsenverhältnis; nur bei den Farbsättigungsversuchen zeigt sich eine auffällig gröſsere Sicherheit in der Fällung des Kleiner-Urteils.

3. Der Gegensatz in der Auffassung und Vergleichung von Extensitäten und Intensitäten (mathematischen—dynamischen Gegebenheiten) tritt auch in den Zuverlässigkeitskoeffizienten der Gesamtstreuungen M und der mittleren Schätzungsfehler c deutlich hervor: bei der Vergleichung von Extensitäten ist die

Gesamtstreuung M konstanter, der mittlere Schätzungsfehler variabler, bei der Vergleichung von Intensitäten verhält es sich umgekehrt.

Schlufs.

Die vorliegende Untersuchung, die einen ersten Versuch darstellt, die Methoden der Korrelationsstatistik in exakterer Weise auf die Psychologie anzuwenden, als es bisher geschehen ist, konnte naturgemäfs die Selbstbeobachtung nicht in dem Mafse heranziehen, als es vom Standpunkt eindringender psychologischer Analyse aus wünschenswert gewesen wäre. Die im ganzen auf 35—36 000 sich belaufende Versuchszahl gestattete unmöglich eine neben der Einzelleistung beständig hergehende qualitative Analyse. Diese wird jedoch in ihr altes Recht treten können und müssen, sobald die Untersuchung nicht derartig hohe Versuchszahlen erfordert. Dies ist besonders zu betonen, da man vielfach der Ansicht zu sein scheint, dafs die Korrelationsmethoden diese Seite der Forschung überflüssig machen[1]; im Gegenteil ist jedoch nichts wünschenswerter als ein recht intensives Ineinandergreifen der beiden genannten Forschungsmethoden. Andernfalls besteht die Gefahr, dafs die Korrelationen in oberflächliche Parallelisierungen ohne tieferen Erkenntniswert ausarten.

In ausgiebiger Weise wird sich die Selbstbeobachtung vor allem auf dem Gebiete mit den Korrelationsmethoden verbinden können und müssen, wo gerade die letzteren noch wesentliche und grundlegende Arbeit zu leisten vermögen: auf dem Gebiete der psychologischen Symptomatik. Es ist nicht zufällig, dafs das Streben nach einer gründlichen psychologischen Symptomatik eines der wesentlichsten Motive zur Anwendung der zunächst aus biometrischen Problemen erwachsenen Korrelationsstatistik auf die Psychologie gewesen ist. Die Frage nach dem Symptomcharakter der verschiedenen psychologischen Konstanten je nach der Art des angewandten Verfahrens oder der Art der Instruktion usw. erfordert gründliche Einzelarbeit auf engbegrenztem Gebiet, wobei ohne Zweifel die Korrelationsmethoden schätzbare Dienste leisten können.

---

[1] Vgl. hierzu:
Wundt, Grundzüge der physiolog. Psych. Bd. III. 6. Aufl. S. 596.

Zum Schlusse möchte ich allen denen meinen Dank aussprechen, welche vorliegende Arbeit ermöglicht und gefördert haben: Herrn Privatdozenten Dr. Brahn, dem Leiter des Instituts für experimentelle Pädagogik an der Universität Leipzig, dem Assistenten Herrn Dr. Moede, sowie allen meinen Vpn. Meinem Freunde Dr. Hauptmann endlich möchte ich an dieser Stelle für die liebenswürdige Überlassung seiner technischen Rechenhilfsmittel danken, die mir die Bewältigung der umfänglichen Rechenarbeit überhaupt erst ermöglichten.

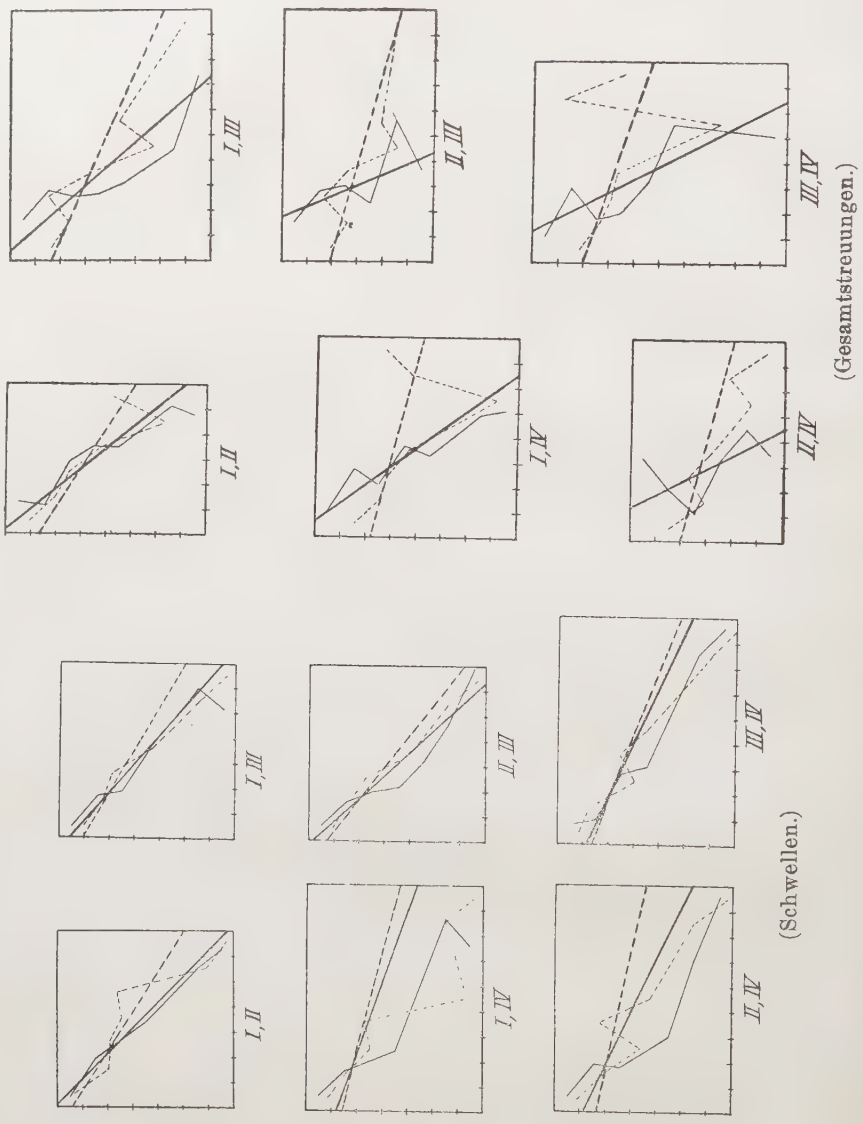
Anhang.

Tafel I. Verteilungen der Unterschiedsschwellen und Gesamtstreuungen.

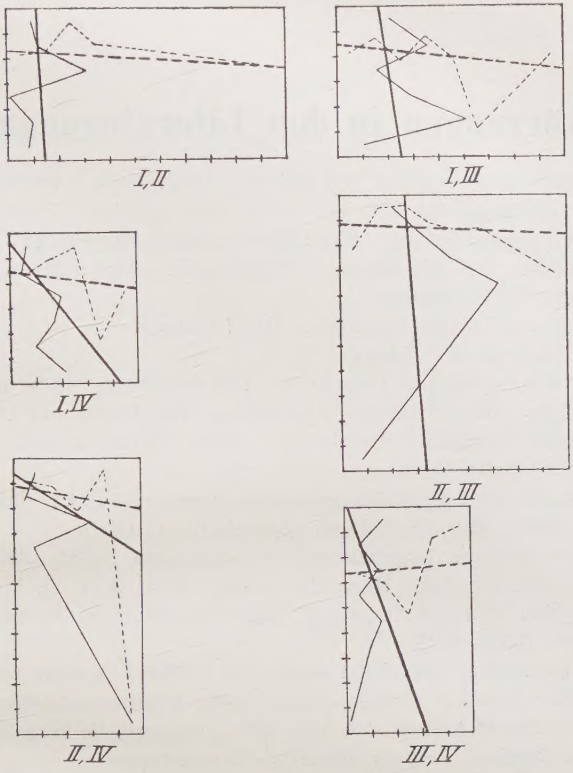
(Unterschiedsschwellen.) (Gesamtstreuungen.)

Tafel II. Verteilungen der Unterschiedsschwellen und Gesamtstreuungen.

Tafel III. Regressionen zu Versuchsgruppe A.



Tafel IV. Regressionen zu Versuchsgruppe A (Forts.).



(Mittlere Schätzungsfehler.)

Abkürzungen in den Literaturangaben.

AmJPs: American Journal of Psychology. Her.: Hall. Worcester (Mass.), Florence Chandler.

AnPs: Année psychologique. Her.: Binet. Paris, Masson et Cie.

ArGsPs: Archiv für die gesamte Psychologie. Her.: Meumann, Wirth. Leipzig, W. Engelmann.

ArO(d): Archiv für Ophthalmologie. Her.: Graefe.

BhZAngPs: Beihefte zur *ZAngPs*.

Biometrika: Biometrika; a Journal for the Statistical Study of Biological Problems. Her.: Pearson. Cambridge, The University Press.

BrJPs: British Journal of Psychology. Her.: Ward, Rivers. Cambridge, The University Press.

2CgEPs: Bericht über den 2. Congreſs für experimentelle Psychologie (Würzburg, 1906). Her.: Schumann. Leipzig, J. A. Barth.

6CgInPs: VI^me^ Congrès International de Psychologie (Genf, 1909); Rapports et Comptes Rendus. Her.: Claparède. Genf, Kündig.

DrapersBiomSer: Drapers Company Research Memoirs, Biometric Series. London, Dulau & Co.

JRoStaSoc: Journal of the Royal Statistical Society, London.

MNotRoAstSoc: Monthly Notices of the Royal Astronomical Society.

PdFo: Archiv für Pädagogik. 2. Teil: Die pädagogische Forschung. Her.: Brahn, Döring. Leipzig, Friedrich Brandstetter.

PdPsArb: Pädagogisch-Psychologische Arbeiten. Her.: Brahn.

PhSd: Philosophische Studien. Her.: Wundt. Leipzig, W. Engelmann.

PhTraRoSoc: Philosophical Transactions of the Royal Society, London.

ProLondonMathSoc: Proceedings of the London Mathematical Society.

ProcRoSoc: Proceedings of the Royal Society, London.

PsMon: Psychological Review, Monograph Series Supplements. Her.: Angell. Lancaster (Pa.). The Review Publishing Company.

PsSd: Psychologische Studien. Her.: Wundt. Leipzig, W. Engelmann.

ZAngPs: Zeitschrift für angewandte Psychologie und psychologische Sammelforschung. Her.: Stern, Lipmann. Leipzig, J. A. Barth.

ZPdPs: Zeitschrift für pädagogische Psychologie und experimentelle Pädagogik. Her.: Meumann, Scheibner. Leipzig, Quelle & Meyer.

ZPs: Zeitschrift für Psychologie. Her.: Ebbinghaus. Leipzig, J. A. Barth.

Lebenslauf.

Ich, Hermann Georg Damm, ev.-luth. Konfession, bin geboren am 30. Januar 1887 zu Elsterberg i. V. als Sohn des Schlossermeisters Georg Damm. Ich besuchte von 1893—1901 die Volksschule meines Heimatortes, während der letzten 4 Jahre als Schüler der ihr angegliederten Sprachenselekta, darnach, von 1901 bis 1907, das Kgl. Lehrerseminar zu Auerbach i. V. Unterbrochen wurde die Zeit meiner Ausbildung durch ein Vikariat an der einfachen Volksschule zu Brunndöbra bei Klingenthal i. S. (Neujahr bis Ostern 1906). Nach meinem Abgang vom Seminar war ich 3 Jahre als Hilfslehrer an der mittleren Volksschule zu Auerbach i. V. tätig; einem Rufe an die dortige Realschule konnte ich bei dem damals bestehenden Lehrermangel nicht Folge leisten. Auf Grund meines Wahlfähigkeitszeugnisses zum Studium der Pädagogik berechtigt, bezog ich Ostern 1910 die Universität Leipzig, um mich dem Studium der Mathematik und Naturwissenschaften, sowie der Philosophie und Pädagogik zu widmen; auch suchte ich während der ersten Semester meine Kenntnisse in Französisch und Englisch zu erweitern. Ostern 1912 bestand ich am Realgymnasium zu Pirna die Reifeprüfung. Im Auftrage des Kgl. Ministeriums des Kultus und öffentlichen Unterrichts war ich vertretungsweise im Sommer 1911 am Kgl. Lehrerseminar zu Frankenberg i. S. tätig. Seit dieser Zeit unterrichte ich — während einiger Stunden wöchentlich — in Physik und Mathematik am v. Steyberschen Institut für höhere Mädchenbildung in Leipzig.

Während meiner Studienzeit nahm ich teil an den Vorlesungen und Übungen der Herren Dozenten Drs. Barth, Bjerknes, Brahn, Bruns, Credner, des Coudres, Fredenhagen, Hantzsch, Herglotz, Hölder, Koebe, Liebmann, Meumann, v. Oettingen, Rohn, Spranger, Volkelt, Wiener, Wirth, Wundt, sowie der Herren Lektoren Monod und Waterhouse. Allen meinen Lehrern, inbesondere Herrn Privatdozenten Dr. Brahn und Herrn Professor Dr. Spranger, fühle ich mich zu aufrichtigem Danke verpflichtet.

G. Pätz'sche Buchdr. Lippert & Co. G. m. b. H., Naumburg a. d. S.